

# Inhaltsübersicht

<b>Vorwort</b>	<b>vii</b>
<b>Inhaltsübersicht</b>	<b>ix</b>
<b>0 Prolog: Zufall und Wahrscheinlichkeit . . . . .</b>	<b>1</b>
Aufgaben . . . . .	13
<b>I Finite Modelle</b>	<b>17</b>
<b>1 Endliche Wahrscheinlichkeitsräume und einfache Zufallsvariablen . . . . .</b>	<b>17</b>
A Endliche Wahrscheinlichkeitsräume . . . . .	18
B Bedingte Wahrscheinlichkeiten und stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen . . . . .	27
C Einfache Zufallsvariablen . . . . .	36
D Der Erwartungswert einfacher Zufallsvariablen . . . . .	42
E Varianz, Kovarianz und stochastische Unabhängigkeit einfacher Zufallsvariablen . . . . .	54
F Aufgaben . . . . .	64
<b>2 Grenzwertsätze für einfache Zufallsvariablen . . . . .</b>	<b>75</b>
A Einführendes zu Gesetzen der großen Zahlen . . . . .	75
B Poissonscher Grenzwertsatz und Poissonapproximation	77
C Der Zentrale Grenzwertsatz . . . . .	85
D Arcussinus-Gesetze für symmetrische Irrfahrten . . . . .	94
E Aufgaben . . . . .	105
<b>3 Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit endlichem Träger</b>	<b>111</b>
A Einführung und Beispiele . . . . .	111
B Verteilungen einfacher Zufallsvariablen und Zufallsvektoren . . . . .	116
C Produkte endlicher Wahrscheinlichkeitsräume . . . . .	128
D Aufgaben . . . . .	135

<b>II</b>	<b>Allgemeine Modelle</b>	<b>141</b>
<b>4</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsräume</b> . . . . .	<b>141</b>
A	Mengen- $\sigma$ -Algebren, Dynkin-Systeme und monotone Klassen . . . . .	142
B	Wahrscheinlichkeitsmaße . . . . .	149
C	Verteilungsfunktionen . . . . .	167
D	Rund um das Lemma von Borel-Cantelli . . . . .	177
E	Aufgaben . . . . .	181
<b>5</b>	<b>Zufallsvariablen, Zufallsvektoren und Verteilungen von Zufallsgrößen</b> . . . . .	<b>188</b>
A	Numerische Zufallsvariablen mit abzählbarem Bild . . . . .	188
B	Signalprozesse, Zählprozesse und Punktprozesse . . . . .	194
C	Numerische Zufallsvariablen und Zufallsvektoren . . . . .	200
D	Verteilungen meßbarer Abbildungen . . . . .	206
E	Der Intensitätskalkül (Ausfallraten) . . . . .	217
F	Zwei Beispiele aus der geometrischen Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	225
G	Quantilfunktionen . . . . .	228
H	Transformation von Zufallsgrößen und ihren Verteilungen . . . . .	235
I	Multivariate Normalverteilungen . . . . .	242
J	Aufgaben . . . . .	248
<b>6</b>	<b>Konvergenz von Zufallsgrößen und ihren Verteilungen</b>	<b>258</b>
A	Stochastische Konvergenz und fast sichere Konvergenz	258
B	Verteilungskonvergenz . . . . .	268
C	Der Variationsabstand von Wahrscheinlichkeitsmaßen	278
D	Aufgaben . . . . .	280
<b>7</b>	<b>Erwartungswerte, höhere Momente und <math>L_p</math>-Räume</b> . . . . .	<b>286</b>
A	Aufbau und elementare Eigenschaften des Erwartungswertes . . . . .	286
B	Erwartungswertberechnung: Sätze und Beispiele . . . . .	298
C	Verteilungsmaßzahlen . . . . .	313
D	Konvergenzsätze für Erwartungswerte . . . . .	333
E	Integralungleichungen, $L_p$ -Räume und gleichgradige Integrierbarkeit . . . . .	339

F	Erwartungswertvektoren und Kovarianzmatrizen . . .	352
G	Aufgaben . . . . .	355
<b>8</b>	<b>Stochastische Unabhängigkeit . . . . .</b>	<b>370</b>
A	Charakterisierung und erste Beispiele . . . . .	370
B	Folgen unabhängiger Zufallsvariablen und Konstruktion von Poissonprozessen . . . . .	383
C	Stochastische Unabhängigkeit in der versicherungs- mathematischen Modellbildung . . . . .	391
D	Stochastische Unabhängigkeit, Unkorreliertheit und multivariate Normalverteilungen . . . . .	404
E	Aufgaben . . . . .	411
<b>9</b>	<b>Verteilungen von Summen unabhängiger Zufallsvariablen und Zufallsvektoren (Faltungen) . . . . .</b>	<b>416</b>
A	Die Faltung: Definition und Berechnung . . . . .	416
B	Anwendungsbeispiele in Statistik und Versicherungs- mathematik . . . . .	429
C	Faltungshalbgruppen und Prozesse mit unabhängigen, stationären Zuwächsen . . . . .	442
D	Aufgaben . . . . .	450
<b>10</b>	<b>Gesetze der großen Zahlen . . . . .</b>	<b>458</b>
A	Schwaches Gesetz der großen Zahlen . . . . .	458
B	Starkes Gesetz der großen Zahlen . . . . .	460
C	Anwendungen des starken Gesetzes der großen Zahlen . . . . .	468
D	Risikoausgleich und Versicherung . . . . .	492
E	Aufgaben . . . . .	502
<b>Inhaltsverzeichnis</b>		<b>511</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>531</b>
<b>Verzeichnis versicherungs- und finanzmathematischer Beispiele und Aufgaben</b>		<b>535</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>		<b>547</b>

<b>Abkürzungs- und Symbolverzeichnis</b>	<b>551</b>
<b>Namenverzeichnis</b>	<b>561</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	<b>563</b>