Vorwort

Dieses Buch befaßt sich mit denjenigen Teilen der klassischen Personenversicherungsmathematik, bei denen sich das biometrische Risiko mit Hilfe von Sprungprozessen mit endlichen Zustandsräumen modellieren läßt. Das sind insbesondere die Lebensversicherungsmathematik und die Pensionsversicherungsmathematik sowie deren Randgebiete. Ausgehend von Arbeiten von Hoem und später auch von Norberg haben diese Zweige der Versicherungsmathematik, die lange Zeit als statisch und mathematisch wenig attraktiv galten, in den letzten 30 Jahren eine beachtliche Entwicklung erlebt. Mit dem vorliegenden Text greifen wir diese Entwicklung auf, um sie als Grundlage für eine geschlossene Darstellung stochastischer Modelle der Personenversicherung zu verwenden.

Wir möchten mit ihm auch den gewachsenen Anforderungen Rechnung tragen, denen sich die in der Praxis tätigen Versicherungsmathematiker (*Aktuare*) infolge der Deregulierung des europäischen Versicherungsmarktes seit 1994 und der mit ihr einhergehenden Fülle neuer Gestaltungsmöglichkeiten gegenübersehen. Einerseits weisen diese Anforderungen über die Mathematik hinaus, andererseits verlangen sie ein vertieftes Verständnis von Strukturen der Versicherungsmathematik als dauerhafte Grundlage erfolgreicher aktuarieller Arbeit.

Wir wollen also mit diesem Buch verschiedene Leserkreise ansprechen: Versicherungsmathematisch interessierten Studenten bieten wir die Gelegenheit, sich in ein wichtiges Teilgebiet der angewandten Stochastik einzuarbeiten. An mathematischer Forschung im Bereich der Personenversicherung interessierte Leser werden mit aktuellen wissenschaftlichen Fragestellungen und Methoden (etwa aus der Theorie des prospektiven Deckungskapitals) vertraut gemacht. In der Praxis stehende Versicherungsmathematiker möchten wir anregen, sich von der stochastischen Modellbildung bis hin zur rechnerischen Behandlung mit allen Stufen mathematischer Problemlösung in der Personenversicherung zu befassen. Schließlich ist es auch unser Anliegen, dem akademisch tätigen Versicherungsmathematiker einerseits und dem in der Versicherungspraxis tätigen andererseits jeweils einen „Blick über den Zaun“ zu ermöglichen — in der Hoffnung, daß beide davon profitieren. Natürlich sind nicht alle Teile des Buches gleichermaßen an alle Lesergruppen gerichtet. Den einzelnen Kapiteln sind, je nach Kapitelumfang sehr ausführliche, Einleitungen vorangestellt, die im Rahmen einer Inhaltsübersicht entsprechende Informationen enthalten.

Im Mittelpunkt unserer Darstellung stehen die Modellbildung, die mathematischen Strukturen und die spartenübergreifenden begrifflichen Gemeinsamkeiten innerhalb der Personenversicherung. Wir haben bewußt vermieden, durch Aneinanderreihung einer Fülle von Einzelfällen und -problemen sowie von Rechenverfahren Praxisnähe zu suggerieren. Trotzdem enthält das Buch zahlreiche praxisnahe Beispiele, die auf der Basis einer sorgfältigen Modellbildung mit den in Deutschland üblichen und größtenteils von der Deutschen Aktuarvereinigung (DAV) bereitgestellten Rechnungsgrundlagen detailliert durchgerechnet werden. Sie zeigen exemplarisch, wie versicherungsmathematische Konzepte in ein Kalkül umgesetzt werden. Ebenso wie die Bearbeitung (eines Teiles) des umfangreichen Übungsmaterials durch den Leser sollen sie das Verständnis aktuarieller Zusammenhänge fördern und ein Gefühl dafür erzeugen, daß versicherungsmathematische Theorie und aktuarielle Praxis zwei Seiten derselben Medaille sind. Die benötigten biometrischen Rechnungsgrundlagen sind teilweise im Tabellarischen Anhang wiedergegeben und vollständig im Internet verfügbar oder mit der beigefügten Antwortkarte auf Diskette erhältlich.

Die mehr als 270 Übungsaufgaben (davon etwa 30 über fast alle Kapitel des Buches verstreute Programmieraufgaben) sind ein integraler Bestandteil unseres Buches. Sie enthalten zusätzliche Beispiele, vertiefen gewisse theoretische Aspekte, sollen aber auch ein Gefühl für Größenordnungen und praktische Auswirkungen vermitteln, und ihre Ergebnisse finden auch im Haupttext Verwendung. Der Schwierigkeitsgrad ist außerordentlich unterschiedlich: Teilweise handelt es sich um „Einzeiler", teilweise erfordert ihre Lösung aber auch erheblichen Aufwand. Einige der Übungsaufgaben wurden den regelmäßig in den Blättern der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik (DGVM) publizierten Berichten zu Fachprüfungen der DGVM bzw. der DAV entnommen. Die Lösung der Programmieraufgaben kann, wie im Text vorgesehen, durchweg mit Hilfe *irgendeiner* höheren Programmiersprache erfolgen (die Textformulierung hebt auf die Verwendung von *PASCAL* ab), es können aber je nach Aufgabe auch Tabellenkalkulationsprogramme wie *EXCEL* oder Softwarepakete wie *MATHEMATICA* oder *MAPLE* herangezogen werden.

Die Lektüre des Buches setzt, neben gründlichen Kenntnissen der reellen Analysis, durchgängig Kenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung, etwa im Umfang einer einsemestrigen Einführungsvorlesung in die Stochastik, voraus. Als Standardreferenzen seien hier die Bücher von Krengel (1998) und von Pfanzagl (1991) genannt. Für die Lektüre der Kapitel 1 bis 3, 5, 7 bis 9 und 11, die keinen wesentlichen Gebrauch von der Theorie stochastischer Prozesse machen, werden kaum weitere Vorkenntnisse benötigt. Die Kapitel 6 und 10 bauen auf der Theorie inhomogener Markovscher Sprungprozesse auf, die in Kapitel 4 entwickelt wird. Zusätzlich spielen in diesen drei Kapiteln multivariate Zählprozesse und einfache markierte Punktprozesse eine gewisse Rolle. Hier sind also weitergehende Vorkenntnisse der Wahrscheinlichkeitstheorie erforderlich, für die wir etwa auf Bauer (1991) oder Gänßler und Stute (1977) verweisen. Soweit die erforderlichen Hilfsmittel den dort dargestellten Stoff erheblich übersteigen, sind sie im mathematischen Anhang (Kapitel 12) zusammengestellt.

Auf die Darstellung der Mathematik der privaten Krankenversicherung haben wir hier ebenso verzichtet wie auf die Einbeziehung besonderer Formen der Lebens- oder Pensionsversicherung mit stochastischem Zins, wie etwa indexgebundener Lebensversicherungen. Da die Versicherungsleistungen in der privaten Krankenversicherung im Schadeneintrittsfalle zufallsabhängig sind, ist die Krankenversicherungsmathematik ihrer Struktur nach ein Teil der Schadenversicherungsmathematik und müßte mit Methoden der mathematischen Risikotheorie betrieben werden. Eine mathematisch befriedigende Behandlung von stochastischen Zinsmodellen *bei kontinuierlicher Zeit* hätte die benötigten Vorkenntnisse aus der Theorie stochastischer Prozesse deutlich ausgeweitet: Sie ist ohne Hilfsmittel aus der Theorie der Diffusionsprozesse und der stochastischen Analysis, wie sie etwa von Karatzas und Shreve (1997) bereitgestellt werden, nicht möglich.

Die vorliegende Monographie entstand aus Lehrveranstaltungen zur Personenversicherungsmathematik an Universitäten sowie aus Seminaren im Rahmen des Fortbildungsprogrammes der DGVM. Dementsprechend kann das Buch sowohl zur Stochastik- und Versicherungsmathematikausbildung an Hochschulen als auch zur praxisorientierten Aktuarausbildung herangezogen werden. Insgesamt entspricht sein Umfang etwa dem zweier einsemestriger, vierstündiger Vorlesungen mit zweistündigen Übungen und begleitenden Seminaren. Damit ist es für die Ausgestaltung sehr verschiedenartiger Lehrveranstaltungen verwendbar. Beispielsweise bieten sich folgende von uns erprobte Gestaltungsvarianten an:

(a) Eine an eine einführende Stochastikvorlesung anschließende vierstündige Vorlesung zur Mathematik der Lebensversicherung auf der Basis von Teilen der Kapitel 1 bis 3, 5 und 7 bis 9.

(b) Eine an eine Wahrscheinlichkeitstheorievorlesung anschließende vierstündige Vorlesung zur Mathematik der Personenversicherung auf der Basis von Teilen der Kapitel 1, 2, 4, 6, 10 und 12 sowie des Abschnittes 8 B.

(c) Ein zweisemestriger Kurs zur Personenversicherungsmathematik als Vertiefungsrichtung innerhalb der Stochastik. Dieser könnte im Anschluß an Einführungsvorlesungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und -theorie aus einer vierstündigen Vorlesung zur Lebensversicherungsmathematik gemäß (a) sowie einem zeitparallelen Seminar über inhomogene Markovsche Sprungprozesse nach Kapitel 4 und Abschnitt 12 A bestehen und mit einer vierstündigen Vorlesung nach den Kapiteln 6 und 10 sowie den Abschnitten 7 D, 8 B (teilweise) und 12 B fortgesetzt werden. Ein solcher Kurs bietet Zugang auch zu anspruchsvoller Originalliteratur im Bereich der Personenversicherung und ist damit eine Grundlage für wissenschaftliche Arbeit in diesem Gebiet.

(d) Eine zweistündige Spezialvorlesung über inhomogene Markovsche Sprungprozesse nach Kapitel 4 und Abschnitt 12 A. Diese Vorlesung müßte keinen Bezug zur Versicherungsmathematik besitzen.

Bei der Verwendung des Buches zur (nachuniversitären) praxisorientierten Aktuarausbildung können die Kapitel 1, 2 und 12 entfallen und die Kapitel 4, 6 und 10 gekürzt werden. Dabei sind stärkere Kürzungen möglich, falls nicht auf Themen aus der Pensionsversicherung eingegangen wird. Dagegen sollten die Kapitel 7 und 11 intensive Berücksichtigung finden. Auch können die inhaltlichen Schwerpunkte hin zu Beispielen und Übungen verlagert werden. Die Kapiteleinleitungen enthalten zum Teil entsprechende Hinweise.

Dieses Buch verdankt sein Zustandekommen nicht unmaßgeblich der von uns erfahrenen umfangreichen Unterstützung sowie den guten Arbeitsbedingungen am Mathematischen Institut und am Institut für Versicherungswissenschaft an der Universität zu Köln. Wir danken den Kollegen Reinhard Höpfner (Paderborn), Enno Mammen (Heidelberg), Walter Olbricht (Bayreuth), Ulrich Orbanz (Köln), Raimund Rhiel (München), Klaus D. Schmidt (Dresden) und Wolfgang Wefelmeyer (Siegen) für Anregungen, Korrekturen und Literaturhinweise, insbesondere zu den Kapiteln 1, 3, 4, 8, 11 und 12. Daneben danken wir den mit diesem Buch befaßten Mitarbeitern des Mathematischen Instituts der Universität zu Köln: Holger Drees, der neben den Abbildungen zahlreiche Anregungen und Berichtigungen zu allen Teilen des Buches beigesteuert und Kapitel 3 maßgeblich mitgestaltet hat, Andrea Stracke, die — teilweise im Rahmen ihrer Dissertation — wesentliche Beiträge zu den Kapiteln 9 und 10 geleistet hat und Norbert Newe für Anregungen, Korrekturen und seine Beteiligung an der redaktionellen Arbeit. In die Gestaltung der Übungsaufgaben sind zahlreiche Verbesserungsvorschläge von studentischen Hilfskräften am Mathematischen Institut der Universität zu Köln eingegangen; erwähnen möchten wir hier Ilka Krüger, Beate Maas, Frank Rastbichler und Vera Schlüter. Unser besonderer Dank gilt dem Verein der Freunde und Förderer des Instituts für Versicherungswissenschaft an der Universität zu Köln, der die Zusammenarbeit mit Andrea Stracke finanzierte und durch seine Unterstützung des Kölner Versicherungsmathematischen Kolloquiums die Einladung vieler interessanter Gesprächspartner ermöglichte. Schließlich danken wir Elke Lorenz für ihre Mühe und Sorgfalt beim Schreiben der TEX-Fassung des Manuskriptes.

Wir hoffen, daß das Werk durch den unterschiedlichen beruflichen Erfahrungshintergrund der Autoren gewonnen hat, und wünschen uns, daß es von unseren Kollegen an Universitäten und in der Versicherungswirtschaft als ein Beitrag zur weiteren Integration von Theorie und Praxis der Personenversicherungsmathematik empfunden wird.

Köln und Marburg, im März 1999 Hartmut Milbrodt, Manfred Helbig