

## **Zum Abschlußprofil des Mathematikunterrichts an Realschulen**

### **1. Vorbemerkungen**

Für jeden pädagogischen Prozeß, ob im Rahmen einer Unterrichtsstunde oder im Laufe der Schulzeit, ist die möglichst genaue Bestimmung der zu erreichenden Ziele die entscheidende Grundlage für alle Fragen der inhaltlichen und methodisch-didaktischen Gestaltung. Die Bestimmung unterschiedlicher Abschlußprofile ist zudem eine grundlegende Ausgangsbasis für die schulpolitisch relevanten Fragen der Differenzierung und Gliederung des Bildungssystems.

Für die Ermittlung der Ziele mathematischer Allgemeinbildung sind Untersuchungen in verschiedener Richtung erforderlich. Es sind zum einen die Anforderungen der Gesellschaft an die Absolventen der allgemeinbildenden Schule zu bestimmen. Diese äußern sich vor allem in den Forderungen der nachfolgenden Bildungswege, aber auch in Anforderung der Berufswelt, der Gestaltung des persönlichen Lebens, der Teilnahme am demokratischen Leben der Gesellschaft u. a. m. Zur Durchführung entsprechender Forschungsarbeiten ist deshalb eine Zusammenarbeit von Fachdidaktikern mit Vertretern der Berufsbildung, der Wirtschaft u. a. gesellschaftlicher Bereiche erforderlich. So fordern ROTHMEIER und SCHWARTZE, "... auch *seitens der Didaktik* gezielt zu erforschen, welche Qualifikationen für Realschulabsolventen aus der Sicht der Wirtschaft für notwendig erachtet werden."<sup>1</sup>

Der zweite wesentliche Ausgangspunkt ist die Analyse der effektiven Möglichkeiten zur Entwicklung der vorhandenen Kenntnisse, Fähigkeiten, Fertigkeiten u. a. Persönlichkeitseigenschaften der Schüler in Unterrichtsprozessen. Dazu sind umfangreiche empirische Untersuchungen in der Schule in Zusammenarbeit von Fachdidaktikern und Lehrern nötig, um zu ermitteln, was in einer bestimmten Zeit, mit bestimmten Methoden im Klassenunterricht dauerhaft angeeignet werden kann.

Der dritte Ansatzpunkt ist die Analyse der Struktur der mathematischen Inhalte selbst, um wesentliche und allgemeine Elemente herauszufinden. Der Bezugspunkt für das Wesentliche und Allgemeine sollten dabei allerdings die genannten gesellschaftlichen Anforderungen sein. Die jüngste Geschichte des Mathematikunterrichts (New Math) zeigt, welche Fehlentwicklungen entstehen können, wenn man die Wissenschaft Mathematik als primären Bezugspunkt wählt.

Neben der Angabe des Abschlußprofils und möglicher Wege zu seiner Realisierung ist die Überprüfung des am Ende der Schule Erreichten für Lehrer, Schulpolitiker und "Nutzer" der Arbeit in der Schule von Bedeutung. Die Lehrer sind interessiert, welchen Erfolg ihre langjährigen Bemühungen hatten, die Politiker möchten wissen, ob sich die Strukturen und die eingesetzten Mittel bewährt haben und für die "Nutzer" muß bekannt sein, worauf man mit Sicherheit aufbauen kann.

### **2. Zur Struktur des Abschlußprofils**

Zur Bestimmung der Struktur mathematischer Bildung gibt es unterschiedliche Ansätze in der Literatur. Bekannt sind die Arbeiten von Bloom u. a., die in den 70er Jahren großen Einfluß auf zahlreiche Lehrplanentwicklungen hatten. So sind die z. Z. gültigen Richtlinien für den Mathematikunterricht an Realschulen in NRW streng an der Bloomschen Taxonomie orientiert. Auch in Arbeiten von RÖTTEL, WINTER, WITTMANN, HEYMANN u. a. sind mögliche Klassifizierungen von Zielen des Mathematikunterrichts enthalten, die jeweils von unterschiedlichen theoretischen Positionen ausgehen.

In den Lehrplänen findet man recht häufig eine Einteilung in obligatorische Inhalte bzw. Grundanforderungen und fakultative Inhalte bzw. Zusatzanforderungen.<sup>2</sup> Der Zwang zu einer solchen Strukturierung ist sicher ein günstiges Mittel zur Beschränkung auf Wesentliches, aber alleine die Angabe von Stoffen, die zusätzlich behandelt werden können, ist wenig aussagekräftig. Es bleibt offen, ob, und wenn ja, in welchem Umfang, diese Lehrplananforderungen umzusetzen sind.

Hier soll eine andere Struktur zugrunde gelegt werden, die das komplexe Phänomen mathematische Bildung, oder genauer von Bildung und Erziehung im Mathematikunterricht, unter drei verschiedenen Aspekten beleuchtet. Ausgangspunkt waren pragmatische Überlegungen aus der Sicht eines Lehrers und Lehrplanmitarbeiters.

#### 1. Grad der Aneignung

##### a) Aneignung eines grundlegenden Wissens und Könnens

Zum grundlegenden Wissen und Können gehören u. a. bestimmte Rechenfertigkeiten, die Kenntnis ausgewählter Inhaltsformeln sowie auch ein elementares Raumvorstellungsvermögen oder Gewohnheiten zur Kontrolle von Ergebnissen. Sämtliches grundlegende Wissen und Können muß Gegenstand von intensiven Übungen (z. B. tägliche Übungen) bis in die Abschlußklassen hinein sein. Es muß beim Schüler bei Bedarf ohne Reaktivierung sofort abrufbar bereitstehen.

##### b) Aneignung eines soliden und anwendungsbereiten Wissens und Könnens

In jedem Stoffgebiet muß der Lehrer eine Konzentration auf solche Inhalte vornehmen, die er mit Blick auf spätere Verwendungsmöglichkeiten besonders solide, dauerhaft und anwendungsbereit aneignen läßt. Dies sind in der Regel die vorgesehenen Gegenstände für Klassenarbeiten oder Abschlußprüfungen. Umfangreiche und insbesondere vielfältige Übungen sind auch hier erforderlich. Vor einer Anwendung des Gelernten auf neue Sachverhalte sind meist Wiederholungen und Reaktivierungen vorzunehmen.

##### c) Aneignung erster Vorstellungen und Einsichten, temporärer Fertigkeiten sowie Grundlagen bestimmter Fähigkeiten

Viele Inhalte des Mathematikunterrichts können alleine aus Zeitgründen nicht bis zu den bisher genannten Graden angeeignet werden. Trotzdem ist ihre Behandlung nicht überflüssig. Es werden wertvolle Keime gelegt, die bei Bedarf zu einem späteren Zeitpunkt wieder aufgegriffen und bis zur Reife entwickelt werden können. Diese Inhalte werden vom Schüler in der Regel vergessen, das heißt, er kann nicht aktiv damit umgehen. Bei erneuten Vermittlungen werden sie aber schneller und leichter angeeignet. Beispiele für solche Inhalte in der Realschule können sein der Logarithmusbegriff, die Fehlerrechnung, die mengentheo-

retische Denkweise, das Lösen von Konstruktionsaufgaben u. a. Sie sind in der Regel kein Gegenstand häufiger Übungen und Wiederholungen oder von Abschlußprüfungen.

## 2. Grad der Fachspezifik

### a) Fachspezifische Ziele

In jedem Unterrichtsfach gibt es Ziele schulischer Bildung, für die das Fach die Haupt- oder sogar die alleinige Verantwortung trägt. Im Mathematikunterricht gehören dazu das Umrechnen bestimmter Größen, das Umstellen von Gleichungen, die Kenntnis von Umfangs- und Inhaltsformeln, Fertigkeiten im Umgang mit Zeichengeräten u. a. m.

### b) Ziele mehrerer Fächer

Der Mathematikunterricht hat eine Reihe gemeinsamer Ziele mit naturwissenschaftlichen und technischen Unterrichtsfächern (z.B. Arbeiten mit Näherungswerten und sinnvoller Genauigkeit, Entwicklung von Größenvorstellungen, funktionale Denkweise, Interpretation von Wahrscheinlichkeitsaussagen), aber auch mit geisteswissenschaftlichen Unterrichtsfächern (exakter Sprachgebrauch, deduktive und induktive Schlußweisen, Fähigkeiten im Argumentieren, Begründen und Beweisen (kritischer Vernunftgebrauch), Analyse und Interpretation statistischer Daten).

### c) Allgemeine Lernziele (Ziele aller Fächer)

Zu diesen allgemeinen Lernzielen, in einigen Publikationen als Schlüsselqualifikationen bezeichnet, gehören die Fähigkeit und Bereitschaft zum selbständigen Wissenserwerb, die Beherrschung von Methoden und Techniken der geistigen Arbeit, insbesondere von heuristischen Verfahren zum selbständigen Lösen von Problemen u. a.

## 3. Art des Abschlußprofils

Jeder Schulabschluß, gleich von welcher Schulart er vergeben wird, zeichnet sich durch ein bestimmtes Profil aus. Dieses ergibt sich zum einen aus der Stellung der Schule im Bildungssystem des Landes sowie der damit verbundenen Auswahl der Schülerschaft für diese Schule, als auch aus den spezifischen Anforderungen der Bereiche, in denen die betreffenden Schulabgänger ihre Ausbildung in der Mehrzahl fortsetzen. Im Prinzip lassen sich in allen Bildungssystemen drei verschiedene Profile nachweisen, die entsprechend dem in Deutschland z. Z. üblichen Sprachgebrauch mit Hauptschul-, Realschul- und Gymnasialschulabschluß bezeichnet werden sollen. Unterschiedlich sind lediglich die Anteile der Absolventen an den Abschlußarten, die staatlichen Regelungen und Bezeichnungen für die Abschlüsse sowie die konkrete Ausprägung der Profilierung.

Diese Aspekte spannen ein dreidimensionales Bezugssystem für Aussagen zur Erarbeitung und Bewertung von Lehrplänen auf.

In diesem Beitrag soll aus Umfangsgründen eine Beschränkung auf einige ausgewählte Fragestellungen erfolgen.

### 3. Zur Ermittlung und Sicherung grundlegenden Wissens und Könnens

Sowohl in Publikationen zur Realschulspezifik mathematischen Unterrichts als auch in Artikeln zu den Anforderungen der Arbeitswelt an die Realschule wird die Notwendigkeit einer soliden Grundlagenbildung bzw. einer Beherrschung der Kulturtechnik Rechnen herausgestellt<sup>3</sup>.

Auch in Lehrplänen bzw. Rahmenrichtlinien findet man ausdrückliche Forderungen in dieser Richtung. Die Angaben zum grundlegenden Wissen und Können in den Lehrplänen sind jedoch meist recht allgemein und beziehen sich oft nur auf wenige Bereiche. So heißt es im Lehrplanentwurf für NRW: Es "ist notwendig, daß die Schülerinnen und Schüler am Ende der Realschulzeit über ein fundiertes Sachwissen verfügen und gelernt haben, flexibel damit umzugehen"<sup>4</sup>. Ähnliche Forderungen findet man auch in anderen Lehrplänen und Rahmenrichtlinien<sup>5</sup>. An konkreten Zielen werden meist genannt:

- der sichere Umgang mit Zahlen und Größen
- algebraische Umformungen sicher durchführen können
- Sicherheit im Rechnen mit Brüchen
- das Prozentrechnen sicher beherrschen

und gelegentlich auch :

- grundlegende Kenntnisse statistischer Methoden
- sichere Kenntnisse über Dreiecke und Dreieckskonstruktionen
- Zeichenfertigkeiten entwickeln

Die Ausprägung dieses Grundkönnens erfolgt meist in den mittleren Klassen. Nur in wenigen Lehrplänen wird auf die Notwendigkeit einer ständigen Festigung und Vertiefung in den oberen Klassen hingewiesen bzw. extra Lehrplanabschnitte für diesen Zweck eingeplant. So gibt es im Lehrplan von Baden-Württemberg durchgängig in den Klassen 5 bis 10 eine Lehrplaneinheit zum Sachrechnen. In dem Hamburger Realschullehrplan wurde in der Klasse 9 als Angebot das Thema "Mathematische Themen im Einstellungstest" aufgenommen, das bei Bedarf in den Unterricht eingebaut werden kann.

Die Vertreter der Berufsausbildung beklagen sich immer wieder, und in den letzten Jahren offensichtlich verstärkt, über erhebliche Mängel bei elementaren Kenntnissen und Fertigkeiten. In dem Sammelband "Realschule und moderne Arbeitswelt"<sup>6</sup> wird von Vertretern der Berufsausbildung und der Wirtschaft u. a. folgendes festgestellt:

- Jeder zweite Betrieb, der an einer Befragung teilnahm, kritisierte die mangelnde Beherrschung der drei "Grundtechniken" Rechnen, Schreiben und Lesen bei den Realschülern<sup>7</sup>.
- Bei einer Erhebung des Instituts der deutschen Wirtschaft (IW) lag der Anteil richtiger Lösungen in der Prozentrechnung 23,1 % unter den Forderungen der Ausbilder, während beim Potenzieren und Wurzelziehen 28,4 % mehr richtige Lösungen als verlangt erzielt wurden<sup>8</sup>.
- Bei einer empirischen Untersuchung des IW im Jahre 1979/80 mit 4.700 Auszubildenden und 1.418 Ausbildern zeigte sich u. a., daß von Realschülern Algebra und Geometrie befriedigend beherrscht werden, in der Ausbildung aber nicht so gefragt sind. Die geforderten Kenntnisse im Bruch-, Dezimal- und Dreisatzrechnen wurden nicht zufriedenstellend erfüllt<sup>9</sup>.

Wenn auch vielfach festgestellt wurde, daß die Realschüler den Anforderungen im Vergleich mit den Absolventen der anderen Schularten noch am besten erfüllen, sollte die Kritik Anlaß für Überlegungen zu Veränderungen im Realschulunterricht sein.

Bei den genannten Elementen mathematischer Bildung handelt es sich nicht um spezielle Wünsche einzelner Berufsrichtungen. Grundrechenfertigkeiten, Prozentrechnung, Dreisatz u. a. genannte Inhalte sind so elementar und universell, daß sie auf jeden Fall zum soliden Bestand mathematischer Allgemeinbildung gehören müssen. Es ist Pflichtaufgabe des Mathematikunterrichts, dies zu garantieren, ansonsten hat er seine Funktion nicht erfüllt, selbst wenn noch so viele weitere Ziele realisiert sind.

Wichtigstes Merkmal grundlegenden Wissens und Könnens ist die sofortige und sichere Verfügbarkeit in unterschiedlichen Anwendungssituationen. Langfristig vorbereitete Abschluß- oder Testarbeiten sind nur bedingt geeignet, die Qualität der Aneignung des Grundlegenden zu überprüfen.

In vielen Fällen handelt es sich beim grundlegenden Wissen und Können um Fertigkeiten (Rechenfertigkeiten, Zeichenfertigkeiten, Fertigkeiten im Lösen von Gleichungen u.a.). Das Niveau von Fertigkeiten kann bekanntermaßen nur durch ein ständiges Training aufrechterhalten werden. Rückschritte in der Entwicklung einzelner Fertigkeiten nach der Schule sind so unvermeidbar. Durch ein geeignetes Vorgehen in der Schule sollte jedoch garantiert werden, daß sich diese Rückschritte vor allem in einer Abnahme der Geläufigkeit, d. h. in einer Zunahme der benötigten Bearbeitungszeit äußern und nicht in einem Anwachsen der Fehlerzahl. Dies setzt folgendes voraus:

- Der Schüler muß das zugrunde liegende Verfahren sicher kennen und inhaltlich voll erfaßt haben, so daß er bei Bedarf vergessene Teilschritte selbst finden kann.
- Der Schüler muß Kenntnisse, Fähigkeiten und Gewohnheiten zur Kontrolle der jeweiligen Ergebnisse besitzen.
- Um den Grad des Vergessens und die Rückentwicklung der Fertigkeiten möglichst gering zu halten, ist ein Überlernen erforderlich, d. h. auch nach der Erreichung des gewünschten Niveaus in der Schule sind zahlreiche weitere Übungen durchzuführen.

Die Bestimmung des Grundlegenden läßt sich u. E. nicht auf den instrumentellen Charakter der Mathematik beschränken, wenn auch die Mathematik in der Praxis meist als Instrument, als Technik zur Lösung außermathematischer Probleme dient. Zu den Bestandteilen mathematischer Bildung, die sich alle Schüler fest, solide und anwendungsbereit aneignen sollten, zählen wir z. B. auch:

- Beherrschung der funktionalen Betrachtungsweise, d. h. Bestreben und Fähigkeit, einen Zusammenhang zwischen zwei Größen zu untersuchen, indem man die Abhängigkeit der Veränderung einer Größe von der Veränderung der anderen Größe betrachtet.
- Einstellungen und Fähigkeiten zur Erforschung von Merkmalen, Besonderheiten und Zusammenhängen durch Analyse statistischer Daten.

Ein besonderes Problem ist das grundlegende Wissen und Können, das nur fachübergreifend ausgebildet werden kann. Dazu gehört z. B. die Aneignung elementarer Kenntnisse, Fähigkeiten und Gewohnheiten zum selbständigen Lernen aus Texten. Der Mathematikunterricht kann

hierzu, wie Untersuchungen und Erfahrungen zeigen, einen wesentlichen Beitrag leisten. Die Ausweisung und Abrechnung seiner Aufgaben setzt voraus, daß die beteiligten Fächer einen Konsens über die verwendeten Methoden und Techniken der geistigen Arbeit erzielen und ihre Beiträge abstimmen. Der Mathematikunterricht wäre z. B. gut in der Lage, die selbständige Aneignung algorithmischer Verfahren und Methoden der Selbstkontrolle beim Erwerb neuer Kenntnisse zu üben.

Ein häufig diskutiertes Problem der Arbeit an Lehrplänen ist die Frage nach der Verbindlichkeit und Konkretheit der Lehrplaninhalte. Während in vielen Lehrplänen der 70er Jahre die zu erreichenden Zielniveaus sehr detailliert angegeben wurden<sup>10</sup>, sind in den neueren Plänen oft nur mathematische Inhalte stichwortartig aufgelistet<sup>11</sup>. M. E. läßt sich die Frage nach der Verbindlichkeit und Detailliertheit der Lehrplanvorgaben nicht pauschal beantworten. Man sollte prinzipiell unterscheiden zwischen der Ausweisung des grundlegenden Wissens und Könnens und den übrigen fachspezifischen und allgemeinen Lernzielen. Während ersteres möglichst umfassend, konkret und abrechenbar beschrieben werden sollte, sind für die übrigen Ziele genaue Vorgaben weder notwendig noch sinnvoll. Wie weit die Lehrerin bzw. der Lehrer bei den einzelnen Zielbereichen über das Mindestniveau hinausgeht, welche stofflichen Inhalte und methodischen Wege sie oder er zur Realisierung der allgemeinen Lernziele auswählt, hängt von den speziellen Bedingungen in der Klasse, den regionalen Besonderheiten, den besonderen Interessen und Fähigkeiten des Unterrichtenden, dem gerade verwendeten Schulbuch u.a. Faktoren ab.

Die schularttypische Profilierung mathematischer Bildung sollte bereits beim grundlegenden Wissen und Können beginnen, auch wenn hier die Unterschiede noch nicht so ausgeprägt sind. Das Bildungsziel der Realschule "ergibt sich einerseits aus der Zuordnung zu dem Feld der Berufe mit erhöhter Verantwortung, andererseits aus der Aufgabe, den Bildungsgang in Fachschulen, Höheren Berufsfachschulen, Berufliche Gymnasien sowie in den verschiedenen Formen der gymnasialen Oberstufe fortzusetzen... Der Schwerpunkt der beruflichen Tätigkeitsfelder ... liegt in kaufmännischen und Dienstleistungs- sowie zunehmend in gewerblich-technischen Berufen." <sup>12</sup>. Als Konsequenz aus der beruflichen Orientierung des Mathematikunterrichts an Realschulen sieht SCHWARTZE das "eigentlich didaktische, d.h. bildende Prinzip, das auch für eine zukünftige Bestimmung von Inhalt und Methode maßgeblich sein sollte", in der "Verschmelzung von Mathematik und ihren Anwendungen"<sup>13</sup>. Die "Anwendungsfähigkeit" der ausgewählten Inhalte sollte ein wichtiges Kriterium sein<sup>14</sup>. Diese Überlegungen sowie eigene Ergebnisse bei der Analyse der Anforderungen bestimmter Berufsrichtungen<sup>15</sup> führten zu folgender Liste (vgl. Tabelle 1) der Bestandteile grundlegenden Wissens und Könnens von Realschulabsolventen. Sie ist als ein erster Diskussionsvorschlag zu verstehen. Neben der Verständigung über grundsätzliche Fragen sehe ich gerade die Diskussion zu konkreten Inhaltsbestimmungen für die Schulpraxis als das wichtigste Problem an. Im Arbeitskreis Mathematik des 26. Mülheimer Kongresses wurde die Liste mit Interesse zur Kenntnis genommen und führte zu regen Debatten.

### **1. Elemente des Rechnenkönnens**

- mündliches Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren von einstelligen natürlichen Zahlen
- mündlichen Addieren von zweistelligen natürlichen Zahlen
- mündliches Multiplizieren bzw. Dividieren von zweistelligen natürlichen Zahlen mit bzw. durch einstellige natürliche Zahlen
- schriftliches Addieren und Subtrahieren von zwei und mehr Dezimalbrüchen
- schriftliches Multiplizieren von Dezimalbrüchen und schriftliches Dividieren eines Dezimalbruchs durch eine einstellige Zahl
- Erkennen der Struktur von Termen aus Zahlen
- Umgehen mit einem einfachen ETR
- Arbeit mit Tabellen
- Größenvorstellungen von wichtigen Einheiten
- Umrechnen von Größenangaben
- mündliches (Überschlag) und schriftliches Lösen von Grundaufgaben der Prozentrechnung
- mündliches (Überschlag) und schriftliches Lösen von Dreisatzaufgaben
- Kenntnisse und Gewohnheiten zur Arbeit mit sinnvoller Genauigkeit

### **2. Elemente des Könnens im Arbeiten mit Termen und Gleichungen**

- Belegen von Termen mit Zahlen und Variablen
- Erkennen der Struktur von Termen mit Variablen
- Zusammenfassen, Ausklammern von eingliedrigen und Ausmultiplizieren von zweigliedrigem Termen (Potenzgesetze für ganzzahlige Exponenten)
- Umstellen von linearen Gleichungen mit mehreren Variablen

### **3. Elemente des geometrischen Könnens**

- Identifizieren elementarer ebener und räumlicher Figuren
- Berechnen von Flächen- und Rauminhalten für elementare Figuren
- Fertigkeiten im Umgang mit Zeichengeräten
- Raumvorstellungsvermögen (Operieren mit einfachen Figuren)

### **4. Elemente des Könnens im Arbeiten mit Funktionen**

- Anwendung funktionaler Betrachtungen bei der Untersuchung von Zusammenhängen
- Kenntnis grundlegender Eigenschaften elementarer Funktionen
- Können im Skizzieren und Interpretieren von graphischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge

### **5. Elemente des stochastischen Könnens**

- Einstellungen und elementare Fähigkeiten zur Erforschung von Merkmalen und Zusammenhängen realer Erscheinungen durch Analyse statistischer Daten
- Einstellungen und Kenntnisse über das Wesen zufälliger Erscheinungen
- Können im Berechnen (durch Ermitteln von Anzahlen) und Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten

Tabelle 1

#### 4. Vergleich des Anforderungsprofils von Realschulabschlußarbeiten

In einigen Bundesländern (Baden-Württemberg, Bayern, ab Schuljahr 1993/94 auch in Mecklenburg-Vorpommern) gibt es zentrale Abschlußarbeiten für den Mathematikunterricht an Realschulen. In anderen Ländern werden durch die unterrichtenden Lehrer Abschlußarbeiten zusammengestellt, die z.T. (z.B. in Schleswig-Holstein) auch von den Schulbehörden zu genehmigen sind.

Während die Analyse eines Lehrplans kaum ein konkretes Bild von dem anzustrebenden Leistungsprofil liefern kann, erlauben Abschlußarbeiten eine genaue Stoffanalyse und Bestimmung des am Ende der 10. Klasse geforderten Schwierigkeitsgrades.

Schlußfolgerungen auf das tatsächlich im Unterricht Erreichte sind trotzdem nur mit Einschränkungen möglich. So sagen aktuell erbrachte Leistungen wenig über die Dauerhaftigkeit und Disponibilität des Wissens und Könnens aus. Weiterhin kann in einer Abschlußarbeit nur der Teil des Wissens und Könnens überprüft werden, der sich durch eine Punktskala erfassen läßt. Viele wesentliche Ziele (Argumentationsfähigkeit, soziale Verhaltensweisen, Befähigung zum selbständigen Lernen) müssen so unberücksichtigt bleiben. Es besteht außerdem die Gefahr, daß das Anforderungsspektrum der Abschlußarbeiten den Mathematikunterricht in den Abschlußklassen einseitig beeinflußt und nicht überprüfte Ziele in den Hintergrund treten. Im Mathematikunterricht der DDR war diese Tendenz ebenfalls vorhanden. Trotzdem halte ich eine zentrale Abschlußarbeit unter bestimmten Voraussetzungen durchaus für sinnvoll. Sie muß in ein System von Bewährungssituationen eingebettet werden, zu dem z.B. auch die Bearbeitung von Projekten gehören sollte. Neben zentralen Vorgaben, mit denen ein bestimmtes Mindestkönnen für alle nachfolgenden Bildungswege überprüft werden kann, sollten die Lehrer noch zusätzlich eigene Aufgaben entsprechend ihren gewählten Unterrichtsschwerpunkten aufnehmen dürfen.

In die Analyse wurden Abschlußarbeiten aus den Ländern Baden-Württemberg, Bayern und Schleswig-Holstein einbezogen. Um jahresbedingte Unterschiede in der Stoffauswahl möglichst auszugleichen, wurden jeweils 3 Jahrgänge aus den Schuljahren 1987/88 bis 1991/92 ausgewählt. Aus Schleswig-Holstein lagen Arbeiten verschiedener Schulen vor, von denen eine ausgewählt wurde, die als repräsentativ angesehen werden kann.

Bereits ein Vergleich der Häufigkeit der Aufgabentypen ergab erhebliche Unterschiede zwischen den Ländern (vgl. Tabelle 2)

Aufgabenart	BW	BY	SH
formale bzw. nur wenig eingekleidete Aufgaben	11	47	6
Anwendungsaufgaben	43	-	18

Tabelle 2

Während in Baden-Württemberg und Schleswig-Holstein der Anteil der Anwendungsaufgaben 75 bis 80 % beträgt und damit der Spezifik des Mathematikunterrichts an Realschulen m.E. entspricht, scheinen die Abschlußarbeiten in Bayern eher auf die Vorbereitung zum Eintritt in Bildungswege mit Abitur ausgerichtet zu sein. Dieser Eindruck wird durch die Gegenüberstellung der konkreten Einzelforderungen (vgl. Tabelle 3) bestätigt. Zur Erstellung dieser Übersicht wurden die Lösungswege der einzelnen Aufgaben analysiert und die jeweiligen Anforderungen ermittelt.



Art der Anforderungen	Häufigkeit in %		
	BW	BY	SH
<i>Arithmetik und Algebra</i>			
Prozent- und Zinsrechnung (Zinseszins, Wachstumsformel, Tilgungen)	29,3	0	10,5
Proportionalität, Verhältnisgleichungen, Dreisatz, Dichteberechnungen	4,1	0	0
Termumformungen (Zusammenfassen, Potenzgesetze)	7,0	1,7	0
Berechnungen endlicher arithmetischer bzw. geometrischer Reihen	0	0	9,2
Lösen linearer und quadratischer Gleichungen	5,0	1,7	3,9
Lösen von Gleichungssystemen (zwei Variable, linear bzw. nichtlinear)	0	0	5,3
Lösen logarithmischer bzw. goniometrischer Gleichungen	0	20,6	3,9
<i>Analysis</i>			
Aufgaben zu linearen, quadratischen und Potenzfunktionen (Graph, Nullstellen, Anstieg)	0	8,6	5,3
Aufgaben zu Exponential- und Logarithmusfunktionen (Definitions- Wertebereich, Graph, Nullstellen)	0	12,1	7,9
Aufgaben zu Winkelfunktionen (Graph)	0,4	1,7	0
Umkehrfunktionen, Abbildungen (zeichnerisch und rechnerisch)	0	6,9	10,5
<i>Geometrie</i>			
Aufgaben zu planimetrischen Sätzen (Winkel an geschnittenen Geraden und Parallelen, Innenwinkelsumme) und Dreieckskonstruktionen	0,8	0	0
Umfang- bzw. Flächeninhaltsberechnungen von Dreieck (einschl. Sinusflächenformel), Rechteck, Trapez, Kreis (einschl. Kreisbogen)	6,6	1,7	6,6
Berechnungen mit dem Satzes des Pythagoras und den Strahlensätzen	12,8	0	3,9
Berechnungen mit Hilfe der Winkelfunktionen (sin, cos, tan) im rechtwinkligen Dreieck	10,7	10,3	9,2
Berechnungen mit dem Sinus- bzw. Kosinussatz	9,5	10,3	10,5
Oberflächen- und Volumenberechnungen von Körpern bzw. Zusammensetzungen aus diesen Körpern	7,0	3,4	13,2
Oberflächen und Volumenberechnungen von Pyramiden- und Kegelstümpfen	5,8	0	0
Darstellung von Körpern im Schrägbild bzw. in Zweitafelprojektion, Anfertigen maßstäblicher Zeichnungen	0,8	6,9	0
Berechnungen mit Vektoren und Matrizen (Addition, Betrag, Skalarprodukt, Trägergraph)	0	13,7	0

Tabelle 3

Um die Relationen der Anforderungsarten besser vergleichen zu können, wurden die Häufigkeiten in Prozent angegeben. Es ist jedoch zu beachten, daß die angeführten Einzelanforderungen von ihrem Umfang und dem Schwierigkeitsgrad her nicht gleichwertig sind. Die Gesamtzahl

der Anforderungen ist in Baden-Württemberg mit 242 außerdem wesentlich größer als in Bayern (58) und in Schleswig-Holstein (76).

Bei einem Vergleich der Anforderungsprofile lassen sich u.a. folgende Feststellungen treffen.

- Die größte Übereinstimmung gibt es hinsichtlich der Gewichtung von Aufgaben aus der Trigonometrie und Stereometrie. Ansonsten existieren z.T. sehr deutliche länderspezifische Unterschiede.
- In den analysierten Abschlusarbeiten aus Bayern treten eine Reihe von Anwendungsgebieten der Mathematik, die für kaufmännische und gewerblich-technische Berufsrichtungen von Bedeutung sind, wie Prozentrechnung, Proportionalität und Stereometrie, nicht auf. Es werden von den Schülern dafür sichere Kenntnisse auf Gebieten verlangt, die in einigen Ländern noch nicht einmal zum Gymnasialstoff der Klasse 10 gehören, wie das Lösen logarithmischer und goniometrischer Gleichungen und das Rechnen mit Vektoren und Matrizen. Auch der hohe Anteil von Aufgaben zu Funktionen und Umkehrfunktionen zeugt von der gymnasialen Ausrichtung dieser Arbeiten.
- In Baden-Württemberg findet man eine deutliche Konzentration auf ausgewählte Gebiete mit hoher Anwendungsfähigkeit. Aufgaben zum Arbeiten mit Funktionen fehlen fast völlig. Das Anforderungsniveau der Aufgaben ist recht hoch, von den 71 Aufgaben zur Prozentrechnung beinhalteten 13 Probleme der Zinseszinsrechnung. Mit den Formeln zur Berechnung von Pyramiden- und Kegelstümpfen (14 Aufgaben), dem Sinus- und Kosinussatz (23 Aufgaben) und dem Satz des Pythagoras (28 Aufgaben) müssen die Schüler sehr sicher umgehen können.
- In den Arbeiten aus Schleswig-Holstein sind die Anforderungen über die Teilgebiete gleichmäßiger verteilt. Es fällt lediglich auf, daß keine Aufgaben zur Proportionalität vorhanden sind. Die Anwendung der Summenformel für arithmetische und geometrische Reihen ist in den Arbeiten der anderen Schulen nicht so häufig zu finden und stellt offensichtlich einen selbstgewählten Schwerpunkt des betreffenden Lehrers dar.
- Einige Stoffgebiete und Aufgabentypen, die im Mathematikunterricht an Realschulen durchaus vertreten sind, findet man in den Arbeiten nicht oder sehr selten. Dazu zählen Aufgaben zur Teilbarkeit, kinematische Aufgaben, Mischungsaufgaben, planimetrische Aufgaben, Beweis- und Konstruktionsaufgaben, Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie u.a.
- Aufgaben zur Stochastik fehlen in allen vorliegenden Abschlusarbeiten. Die ist auf das Fehlen entsprechender Lehrplanforderungen in diesen Ländern zurückzuführen. Die Stochastik und insbesondere die beschreibende Statistik halte ich aufgrund ihrer Anwendungsmöglichkeiten und allgemeinbildenden Bedeutung für einen wichtigen Bestandteil eines realschulspezifischen Mathematikunterrichts.

Vergleicht man die Anforderungen der Abschlusarbeiten mit den dem Entwurf des neuen Realschullehrplans für Nordrhein-Westfalen, so wird deutlich, daß die Lehrplanforderungen z.T. weit unter dem geforderten Abschlußniveau in den anderen Bundesländern bleiben. Die folgenden Elemente der Abschlusarbeiten sind nicht mehr obligatorischer Bestandteil des Lehrplanentwurfes von NRW.

- Zinseszinsrechnung, einschließlich Wachstumsformel und Tilgungspläne
- Potenzgesetze für rationale Exponenten
- Berechnen arithmetischer und geometrischer Reihen
- Arbeiten mit Logarithmen und Aufgaben zu Logarithmusfunktionen
- Aufgaben zu Umkehrfunktionen und Abbildungen von Funktionen

- Berechnungen zu Sätzen über Winkel an geschnittenen Geraden und Parallelen
- Berechnungen mit Hilfe der Sinusflächenformel für Dreiecke
- Berechnungen mit dem Sinus- und Kosinussatz
- Berechnungen zu Pyramiden- und Kegelstümpfen

Insgesamt kann man feststellen, daß das Abschlußprofil an Realschulen in den einzelnen Bundesländern erhebliche Unterschiede aufweist. Eine Realschulspezifität ist z.T. nicht erkennbar. Für die nachfolgenden Bildungseinrichtungen, die Absolventen aus verschiedenen Ländern aufnehmen, ergeben sich dadurch sicher eine Reihe von Problemen bei den Vorkenntnissen der Schüler. Angesichts der zunehmenden und schon erreichten ökonomischen, kulturellen und politischen Integration erscheint ein solcher Zustand veränderungswürdig.

### **Anmerkungen**

1. Rothmeier, G.; Schwartze, H.: Zur Genese, Bedeutung und zukünftige Entwicklung des Mathematikunterrichts an Realschulen. In: Die Realschule 9/89, S. 389
2. z.B. Richtlinien und Lehrpläne: Mathematik: Gymnasium: Sekundarstufe I. In: Die Schule in Nordrhein-Westfalen, Heft 3401. Düsseldorf, 1993. (Schriftenreihe des Kultusministeriums) Vorläufiger Rahmenplan des Landes Brandenburg. Mathematik - Sekundarstufe I. Hrsg. Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg. 1991
3. Rothmeier, G.; Schwartze, H., A. a. O. S. 388; Ramthun, G.; Zedler, R.: Strukturwandel und Veränderung der Anforderungsprofile in der Arbeitswelt. In: Realschule und moderne Arbeitswelt/ Hrsg.: Verein für Didaktik, Wirtschaft, Technik, Gesellschaft e.V.; H. Keim, H. Wollenweber (Hrg.). Köln. Wirtschaftsverl. Bachem, 1992. S. 69 – 88  
Keim, H.: Realschüler im Beschäftigungssystem - Stand und Entwicklung. In: Realschule und moderne Arbeitswelt/ Hrsg.: Verein für Didaktik, Wirtschaft, Technik, Gesellschaft e.V.; H. Keim, H. Wollenweber (Hrg.). Köln. Wirtschaftsverl. Bachem, 1992. S. 89 - 114
4. Lehrplan Mathematik Realschule: Entwurfsfassung vom 9. Juli 1992, S. 3
5. Lehrplan für die Beobachtungsstufe, die Hauptschule und die Realschule: Mathematik. Freie und Hansestadt Hamburg, Behörde für Schule und Berufsbildung, Hamburg 1990  
Lehrplanentwurf Baden-Württemberg, 1983
6. Realschule und moderne Arbeitswelt/ Hrsg.: Verein für Didaktik, Wirtschaft, Technik, Gesellschaft e.V.; H. Keim, H. Wollenweber (Hrg.). Köln. Wirtschaftsverl. Bachem, 1992.
7. A. a. O., S. 83
8. A. a. O., S. 102
9. A. a. O., S. 300
10. vgl. Lehrpläne der vierjährigen Realschule in Bayern von 1978, Richtlinien für die Realschule in NRW von 1978 oder Mathematiklehrpläne der DDR
11. vgl. z.B. Lehrplanentwurf für die Realschule in NRW vom 9. Juli 1992
12. Wollenweber, H.: Realschule, Wirklichkeit von heute - Notwendigkeit für morgen. In: Die Realschule, 5/91. S. 183-192
13. Schwartze, H.: Realschulprofil und entsprechende Ziele des Mathematikunterrichts. In: Bildung real, 1/2/82. S. 70-76
14. ebenda S. 74
15. Sill, H.-D.: Zum Mathematikunterricht in Realschulbildungsgängen der neuen Bundesländer. In: Die Realschule, 1993(101)1. S. 17 - 21