Sicheres Wissen und Können
Geometrie im Raum
Sekundarstufe I

Herausgeber: Landesinstitut für Schule und Ausbildung
Mecklenburg-Vorpommern
Ellerried 5
19061 Schwerin

Autoren: Evelyn Kowaleczko
Heide Kretzschmar
Elke Lindtstedt
Veronika Müller
Hedwig Sabelus
Prof. Dr. Hans-Dieter Sill,

Druck: sieblistdruck, Ostseebad Binz auf Rügen

Auflage: 1. Auflage, Dezember 2005

Inhaltsverzeichnis:

Vorwort

Die Kultusministerkonferenz hat am 04.12.2003 für das Fach Mathematik bundesweit geltende Bildungsstandards für den Mittleren Abschluss und am 15.10.2004 für den Hauptschulabschluss verabschiedet. Die Bildungsstandards sollen in allen Bundesländern im Rahmen der Lehrplanarbeit, der Schulentwicklung sowie der Lehreraus- und -fortbildung implementiert und angewendet werden. Bildungsstandards formulieren fachliche und fachübergreifende Basisqualifikationen, die für die weitere schulische und berufliche Ausbildung von Bedeutung sind und die anschlussfähiges Lernen ermöglichen. Sie beschreiben zu erwartende Ergebnisse von Lernprozessen. Deren Anwendung bietet Hinweise für notwendige Förderungs- und Unterstützungsmaßnahmen.

In den vorgenannten Bildungsstandards für das Fach Mathematik werden für alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen drei Anforderungsbereiche genannt, die sich in ihrem Anforderungsniveau unterscheiden. Der Anforderungsbereich I umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang. Mit dem Erreichen dieses Niveaus soll insbesondere gesichert werden, dass alle Schüler jederzeit die notwendigen Voraussetzungen für ein erfolgreiches Weiterlernen besitzen.

In Zusammenarbeit von Arbeitskreisen an den Pädagogischen Regionalinstituten des L.I.S.A. mit Fachdidaktikern des Instituts für Mathematik der Universität Rostock wurden entsprechende Materialien zur Unterstützung der Lehrerinnen und Lehrer entwickelt.

In der vorliegenden Broschüre wird für ein abgegrenztes Thema durch Zielbeschreibungen und Aufgabenangebote der entsprechende Anforderungsbereich I der Bildungsstandards charakterisiert. Die Broschüre kann in vielfältiger Weise für die Unterrichtsentwicklung an der Schule genutzt werden. Die im theoretischen Teil enthaltenen Standpunkte und Vorschläge können fachliche Diskussionen und schulinterne Festlegungen unterstützen. Das umfangreiche Aufgabenmaterial wird u. a. zur Entwicklung täglicher Übungen und schulischer Testarbeiten sowie für die differenzierte Arbeit mit Schülern, die diese Anforderungen noch nicht erfüllen, empfohlen.

Das Landesinstitut für Schule und Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern stellt allen Schulen eine Broschüre zur Verfügung. Sie ist auf dem Bildungsserver zum Download veröffentlicht.

Ich bedanke mich bei den Autorinnen und Autoren dieser Broschüre, die neben ihrer Unterrichts- bzw. Lehrtätigkeit über ein Jahr intensiv an diesem Projekt gearbeitet haben.

Breyer

Heidrun Breyer
Landesinstitut für Schule und
Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern

Zur Entstehung und zum Einsatz der Broschüre

Im Juni 2004 entschloss sich der Arbeitskreis Mathematik des PRI Schwerin unter Leitung von Frau Hedwig Sabelus in Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Dr. Hans-Dieter Sill vom Bereich Didaktik des Mathematikunterrichts der Universität Rostock ein Projekt zum sicheren Wissen und Können in der räumlichen Geometrie in Angriff zu nehmen, dessen Ergebnis wir mit dieser Broschüren allen Fachschaften Mathematik im Land bereitstellen möchten.

Zunächst beschäftigten wir uns im Arbeitskreis mit den geometrischen Inhalten der Rahmenpläne für die Klassen 1 bis 10 in Mecklenburg-Vorpommern sowie der Bildungsstandards für die Primarstufe und den mittleren Abschluss. Ein weiterer Ausgangspunkt waren die Ergebnisse der entsprechenden Aufgaben in den Vergleichsarbeiten in Mecklenburg-Vorpommern der Jahre 1998 bis 2002 und in dem internationalen PISA-Test.

In zahlreichen, teilweise ganztägigen Beratungen diskutierten wir zu Beginn die Auswahl der Elemente des Wissens und Könnens zur räumlichen Geometrie, die von allen Schülern auch nach der Schule sicher beherrscht werden sollten. Die anschließende Auswahl, Entwicklung und Diskussion der Aufgaben zu den einzelnen Themen führte zu einer wesentlichen Vertiefung und Präzisierung der Ziel- und Inhaltsbestimmung.

Die Standpunkte und Aufgaben in der Broschüre verstehen wir als einen ersten Ansatz zur Festlegung eines landesweit einheitlichen Minimalniveaus, das mit allen Schülern[1] zu erreichen ist. Die Standpunkte können weiterhin als Ausgangspunkt für Diskussionen in Fachschaften zu zentralen Fragen der Gestaltung des Geometrieunterrichts verwendet werden. Im Einzelnen können sie Grundlage für Diskussionen zu folgenden Themenkreisen sein, in denen auch Projekte und Festlegungen an der Schule vereinbart werden können.

- Kenntnisse der Schüler zu Körperbegriffen und Fähigkeiten zur Raumvorstellung am Ende der Grundschulzeit
  Anfertigung einer Zusammenstellung von Aufgaben, die in den betreffenden Grundschulen zu diesem Thema bearbeitet wurden; Durchführung eines Eingangstestes mithilfe dieser Aufgaben zur Feststellung des individuellen Förderbedarfes
- Probleme der Entwicklung der Kenntnisse zu den Begriffen Würfel, Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel in der Sekundarstufe I
  Auswahl eines Körpermodells als Prototyp für jeden Begriff und Präsentation der Modelle im Mathematikraum der Schule; Auswahl typischer außermathematischer Repräsentanten der Körperbegriffe aus dem Umfeld der Schüler und Zusammenstellung dieser Beispiele auf Folien oder Postern; Vervollständigen der Sammlung von Unterrichtsmitteln zu Körpern durch Neukauf oder eigene Herstellung; Zusammenstellung von Aufgaben für tägliche Übungen für jede Klassenstufe; Entwicklung von Testarbeiten am Ende der Klassen 6, 8 und 10
- Generelle Probleme der Entwicklung des räumlichen Vorstellungs- und Darstellungsvermögens der Schüler in der Sekundarstufe I
  Festlegung von Unterrichtsphasen in jeder Klassenstufe und Auswahl entsprechender Aufgaben zur langfristigen Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens; Zusammenstellung von Aufgaben für tägliche Übungen für jede Klassenstufe; Entwicklung von Testarbeiten am Ende der Klassen 6, 8 und 10
- Darstellung von Schrägbildern auf Kästchenpapier
  Festlegung der in der Schule verwendeten Methode; Zusammenstellung von Möglichkeiten zum Zeichnen von Schrägbildern auf Kästchenpapier in allen Klassenstufen
- Arbeit mit Körpernetzen und Faltungen
  Vervollständigen der Sammlung von Unterrichtsmitteln zu Körpernetzen und Papierfaltarbeiten
- Probleme und Möglichkeiten zur Entwicklung des räumlichen Orientierungsvermögens
  Zusammenstellung von weiteren Aufgaben aus dem Umfeld der Schüler zur räumlichen Orientierung

[1] Bei allen Bezeichnungen von Personen oder Personengruppen sind immer beide Geschlechter gemeint.

Abschließend möchten wir noch einige Hinweise zur Arbeit mit der Aufgabensammlung geben:

- Als Hilfsmittel sind stets Zirkel, Lineal, Geodreieck und in Ausnahmefällen (Kreisberechnung) auch Taschenrechner zugelassen. Es wird darauf geachtet, dass ansonsten die notwendigen Berechnungen möglichst im Kopf vorgenommen werden können.
- Die Aufgaben sind vor allem für den Einsatz in täglichen Übungen und in Testarbeiten gedacht. Ein großer Teil ist als Kopiervorlage für Arbeitblätter gestaltet.
- Die Aufgaben sind nach Systemen von Leistungseigenschaften (Kenntnissen, Fähigkeiten, Fertigkeiten, Gewohnheiten) gruppiert, die einen möglichst geringen Umfang haben und möglichst in sich abgeschlossen sind. Die Aufgaben einer Gruppe beziehen sich im Wesentlichen nur auf die betreffende Leistungseigenschaft. Eine Zusammenstellung einzelner Aufgaben zu Übungsblättern oder Tests muss selbst vorgenommen werden.
- Bei den Merkmalen und Eigenschaften von Körpern wird das zu ereichende Niveau des sicheren Wissens und Könnens am Ende der Klasse 6, 8 und 10 angegeben.
- Bei den Aufgaben zur Körperdarstellung und zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens erfolgt keine Aufteilung nach Klassenstufen.
- In den ausgewählten Lösungen werden auch Zusatzaufgaben für besonders befähigte Schüler und Hinweise zur gegenständlichen Arbeit angegeben.

Gleichzeitig erscheint eine Broschüre zur ebenen Geometrie. Wegen der unvermeidlichen Überschneidungen sollten beide Materialien im Zusammenhang genutzt werden. Folgende Elemente des sicheren Wissen und Könnens aus der ebenen Geometrie sind notwendige Voraussetzungen in der räumlichen Geometrie und sind nur in der Broschüre zur ebenen Geometrie enthalten:

- Kenntnisse zu den Begriffen Dreieck, Quadrat, Rechteck, Trapez, Parallelogramm und Kreis
- Kenntnisse zur Berechnung des Flächeninhalts von Dreiecken, Quadraten, Rechtecken, Trapezen, Parallelogrammen und Kreisen

In der Broschüre zur ebenen Geometrie sind weiterhin Aufgaben zu Bewegungen und zur Symmetrie enthalten, die ebenfalls zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens dienen können.

In der Stereometrie treten oft Sach- und Anwendungsaufgaben auf, die in dieser Broschüre nicht berücksichtig wurden. Das Wissen und Können im Lösen von Sachaufgaben ist ein gesonderter Leistungsbereich, der auch einer speziellen Entwicklungslinie bedarf. Dazu ist eine weitere Broschüre zum sicheren Wissen und Können geplant.

Die Diskussionen zum sicheren Wissen und Können lassen sich in die aktuellen Bestrebungen zur Einführung von Bildungsstandards einordnen. Um die teilweise recht hohen Anforderungen an das Abschlussniveau erfüllen zu können, benötigen die Schüler ein sicheres und anwendungsbereites Grundlagenwissen. Die sehr allgemeinen Festlegungen der Bildungsstandards müssen für alle Anforderungsbereiche weiter spezifiziert werden.

Wir bedanken uns bei Susann Dittmer, Annelie Kretzschmar, Dr. Günter Liesenberg und Heike Schubert für die Unterstützung bei den aufwändigen Layoutarbeiten sowie bei Dr. Christine Sikora für die Anfertigung der Lösungen der Aufgaben und die zahlreichen Hinweise zur Aufgabensammlung.

Wir wünschen viel Erfolg bei der Arbeit mit unserem Material!

Schwerin, Dezember 2005

Die Autoren

1 Zum sicheren Wissen und Können

Unter sicherem Wissen und Können verstehen wir solche Bestandteile der mathematischen Bildung eines Schülers bzw. Schulabsolventen, die er auch nach der Schule jederzeit (etwa bei eine Fernsehquizshow) ohne vorherige Reaktivierung abrufen und sicher anwenden kann. Als Grad der Sicherheit halten wir es für erforderlich, dass die Lösungswahrscheinlichkeit bei einer einzelnen Aufgabe bei jedem Schüler mindestens $\frac{2}{3}$ beträgt. Dies bedeutet, dass bei einer Testarbeit zum sicheren Wissens und Können eine Erfüllungsquote von etwa 80 % erreicht wird.

Eine Orientierung auf ein so verstandenes sicheres Wissen und Können halten wir bei allen Zielen des Mathematikunterrichts aus folgenden Gründen für ein geeignetes Mittel zur Erhöhung der Unterrichtsqualität:

- Durch die Festlegung eines sicheren Wissens und Könnens erfolgt eine Gewichtung der zahlreichen Ziele des Mathematikunterrichts, die den Lehrern bei der Bewältigung des Stoff-Zeit-Problems und den Schülern bei der Strukturierung ihres Wissens helfen kann.
- Alle Schüler erreichen in einem bestimmten wenn auch kleinen Teilbereich der Anforderungen stets mindestens befriedigende Ergebnisse.
- Die sichere Beherrschung grundlegender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten ist eine notwendige Voraussetzung zur Bearbeitung anspruchsvoller Aufgaben, wie sie z. B. in den Bildungsstandards enthalten sind.
- Alle Schüler nehmen aus dem Mathematikunterricht eine Basis mit, auf die sie sich im weiteren Unterricht und in der späteren Ausbildung sicher verlassen können.
- Die nachfolgenden Bildungseinrichtungen wissen, worauf sie sich bei den mathematischen Grundkenntnissen der Schulabsolventen sicher verlassen können und worauf nicht, d.h. was möglicherweise erst nach erneuter Reaktivierung verfügbar ist.

Zur Entwicklung eines sicheren Wissens und Könnens ergeben sich aus dem dazu notwendigen Aufwand und den gegenwärtig z.B. in den Vergleichsarbeiten sichtbaren erreichten Ergebnisse folgende Konsequenzen:

- Der Bereich des sicheren Wissens und Könnens muss auf möglichst wenige und möglichst einfache Anforderungen beschränkt werden.
- Eine solche Auswahl und Beschränkung kann nicht in der Verantwortung eines einzelnen Lehrers liegen, sondern kann nur auf Landesebene erfolgen.
- Die Entwicklung eines sicheren Wissens und Könnens muss wieder bzw. verstärkt Bestandteil der Kultur des täglichen Mathematikunterrichts werden.

Mit dieser Broschüre wird ein erster Vorschlag für das mit allen Schülern zu erreichende Mindestniveau unterbreitet. Dazu war es notwendig, detaillierte und tiefgründige Betrachtungen zu den Wissens- und Könnenselemente anzustellen. Dies betrifft insbesondere Analysen sprachlicher Bedeutungen und der Verwendung des Wissens und Könnens im Alltag. In die Broschüre wurde ein großer Teil dieser Überlegungen aufgenommen, um die Gründe für die getroffene Auswahl zu verdeutlichen und um alle interessierten Kollegen zur Beteiligung an den Überlegungen anzuregen.

Obwohl ein so verstandenes Wissen und Können meist nur geringe mathematische Anforderungen beinhaltet, muss es hinsichtlich solcher Qualitätsparameter von Kenntnissen wie der Verfügbarkeit, Dauerhaftigkeit, Anschaulichkeit, Sinnhaftigkeit, Anwendbarkeit und Resistenz ein weit höheres Niveau haben als Inhalte mit einem höheren Anforderungsniveau. Dies erfordert einen entsprechenden Aufwand im Unterricht, der sich nicht automatisch bei der immanenten Verwendung der Wissens- und Könnenselemente einstellt, sondern der spezieller Unterrichtsphasen und Gestaltungselemente bedarf.

Das wesentliche Kriterium bei der Auswahl der Wissens- und Könnenselemente war für uns ihre elementare Bedeutung einmal für das Lernen im Mathematikunterricht aber vor allem für die Bewältigung von Anforderungen an jeden Bürger der Gesellschaft außerhalb des Mathematikunterrichts. Wir haben uns bei allen betrachteten Inhalten stets die Frage gestellt, wer braucht dies wozu nach der Schule. Neben den speziellen Zielen und Inhalten haben wir dabei auch allgemeine fachübergreifende Ziele im Blick, die in den Bildungsstandards als Kompetenzen bezeichnet werden. Insbesondere spielt für den Bereich des sicheren Wissens und Könnens der sprachlich-logische Umgang mit den Begriffen (mathematisch argumentieren), die Identifizierung und Realisierung außermathematischer Objekte (mathematisch modellieren) sowie die sichere Verwendung mathematischer Darstellungen eine große Rolle.

Die sprachlichen Analysen verdeutlichen, dass die Mehrzahl der im Mathematikunterricht verwendeten Wörter verschiedenen Bedeutungen haben, oft bereits im aber erst recht außerhalb des Mathematikunterrichts. Wenn die mathematischen Bedeutungen der Wörter in der genannten Qualität fest im Kopf der Schüler verankert werden sollen, müssen auch die gemeinsamen und unterschiedlichen Bedeutungen der Begriffe im Unterricht beachtet werden. Dies bedeutet nicht, diese Begriffsbeziehungen unbedingt zum Thema des Unterrichts zu machen. Es geht vor allem darum, dass die sicher anzueignenden mathematischen Begriffe möglichst oft in möglichst vielfältigen Zusammenhängen vorkommen.

Ein wesentliches Ziel der Überlegungen zum sicheren Wissen und Können ist es, ein minimales in sich geschlossenen System von mathematischen Begriffen, Sätzen und Verfahren zu bestimmen. Der weitaus größte Teil der üblichen Inhalte des Mathematikunterrichts ist in diesem System nicht enthalten. Dies bedeutet nicht, dass wir etwa der Meinung sind, auf diese Inhalte verzichten zu können. Im Gegenteil möchten wir uns (von Ausnahmen abgesehen) gegen jegliche Reduzierungen der gegenwärtigen Ziele und Inhalte des Mathematikunterrichts aussprechen. Zu einem erfolgreichen Weiterlernen aller Schüler nach der allgemein bildenden Schule ist neben einer sicher verfügbaren Basis auch eine gewisse Vertrautheit mit möglichst vielen Elementen der Mathematik von Bedeutung, auch wenn diese nicht unmittelbar abrufbar und von hoher Qualität sind, sondern erst einer Reaktivierung und einer Vertiefung entsprechend den Erfordernissen der weiteren Ausbildung bedürfen. Die von uns vorgenommene Auswahl hat nur wenige Konsequenzen für die Erarbeitung neuen Stoffes, sondern vor allem für die Schwerpunktbildung bei einer langfristigen Festigung.

Die Aufgaben der Broschüre können für kriteriumsorientierte Tests zum sicheren Wissen und Können verwendet werden. Dabei sollte man folgende Aspekte beachten.

- Die Testarbeit darf nicht speziell vorbereitet werden. Die letzten Übungen sollten mindestens etwa 3 Wochen zurückliegen.
- Alle einzelnen Teilaufgaben (in dieser Broschüre mit a), b) ... bezeichnet) sollten nur mit einem Punkt (richtig oder falsch bzw. nicht gelöst) bewertet werden.
- Da es sich um Mindestforderungen handelt, werden alle Aufgaben unabhängig vom tatsächlichen Anforderungsniveau als gleichwertig betrachtet.
- Die Anzahl der Teilaufgaben zu einem Anforderungsbereich sollte zur einfachen Auswertung wegen der Mindestquote von 65 % ein Vielfaches von 3 sein. In der Broschüre haben deshalb alle Aufgaben in der Regel eine entsprechende Anzahl von Teilaufgaben.
- Für Schüler, die diesen Anforderungsbereich bereits sicher beherrschen, sollten anspruchsvollere Aufgaben als Zusatz aufgenommen werden.

2 Ziele und Inhalte zur räumlichen Geometrie

2.1 Bestandteile des Wissens und Könnens in der räumlichen Geometrie und Grundlagen ihrer Entwicklung

Zum *Wissen und Können in der räumlichen Geometrie* zählen wir

- Kenntnisse zu den Begriffen Würfel, Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel
- Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten zum Zeichnen und Skizzieren von Schrägbildern, Grundrissen, Zweitafelbildern sowie Netzen von Körpern
- Kenntnisse zur Berechnung des Oberflächen- und Rauminhalts von Körpern
- Fähigkeiten zur Raumwahrnehmung und Raumvorstellung

Gemeinsamer Bestandteil dieser Könnensbereiche sind Fertigkeiten im Umgang mit Zeichengeräten sowie Gewohnheiten zum sauberen und exakten Arbeiten.

Bei der *Aneignung von Kenntnissen* sollten folgende Aspekte beachtet werden:

Kenntnisse werden durch Sprache vermittelt und durch Sprache zum Ausdruck gebracht. Zentraler Bestandteil der Sprache sind Wörter. Wörter haben bestimmte Bedeutungen. Verschiedene Wörter können die gleiche Bedeutung haben (Synonyme), z. B. Volumen und Rauminhalt. Die meisten Wörter haben mehrere Bedeutungen (Polysemie). Die verschiedenen Bedeutungen haben oft gemeinsame Bestandteile. So bezeichnet das Wort Würfel sowohl einen bestimmten mathematischen Körper als auch einen Gegenstand, der bei Glücksspielen verwendet werden kann. Beiden Objekten ist gemeinsam, dass sie die gleiche Anzahl von Symmetrieachsen und Symmetrieebenen haben.

Zur Beschreibung der Speicherung von Kenntnissen im Gedächtnis kann das Modell eines semantischen Netzes verwendet werden, das aus Knoten (Sinneinheiten) und Kanten (Wegstrecken bei Gedächtnisleistungen) besteht. Die Aneignung neuer Kenntnisse bedeutet dann ihre Integration in vorhandene Netze; es werden neue Sinneinheiten sowie Kanten zu vorhandenen Sinneinheiten ausgebildet.

Unter einem Begriff kann man eine festgelegte Bedeutung eines Wortes verstehen. Die Festlegung kann explizit z. B. durch eine Definition im Rahmen einer Wissenschaft oder implizit durch die Art der Verwendung des Wortes in Kontexten erfolgen.

Bei der Aneinung eines Begriffes im Mathematikunterricht geht es um die Aneignung von bestimmten Kenntnissen, d. h. um die weitere Ausbildung des semantischen Netzes der Schüler. Dabei können neue Wörter als neue Sinneinheiten angeeignet, vorhandene Wörter mit neuen Bedeutungen belegt oder weitere Verbindungen zwischen Sinneinheiten ausgebildet werden. Die Aneignung von Begriffen kann sich deshalb über einen längeren Zeitraum der schrittweisen Ausbildung der betreffenden Teile des semantischen Netzes erstrecken. Bei der Aneignung wird der Begriff oft durch einen Prototyp repräsentiert. Dies ist ein typisches Beispiel, das für den Begriff steht und beim Nennen des Wortes zuerst reaktiviert wird.

Im Prozess der Aneignung von Begriffen im Mathematikunterricht sowie bei der Überprüfung seiner Ergebnisse können zwei Grundhandlungen unterschieden werden:

– Ein vorgegebenes Objekt wird durch den Schüler oder Lehrer mit dem betreffenden Wort bezeichnet bzw. als nicht zutreffend erkannt (Begriffsidentifizierung).
– Zu dem betreffenden Wort stellt sich der Schüler einen Repräsentanten des Begriffs vor bzw. gibt ihn schriftlich, durch eine Zeichnung oder die Herstellung eines Modells an (Begriffsrealisierung).

Es kann sich in beiden Fällen um inner- als auch um außermathematische Objekte handeln.

Ein Grundproblem der Aneignung von allen Begriffen im Mathematikunterricht ist die Berücksichtigung des Wechselverhältnisses von formalen und inhaltlichen Bedeutungen. So bezeichnet der Begriff Würfel sowohl eine bestimmter Körper in der Mathematik als auch eine bestimmte Form von realen Körpern. Eine Vermittlung zwischen den konkreten Objekten und den abstrakten Begriffen erfolgt mit Hilfe materieller Modelle der Begriffe, die als Unterrichtsmittel verwendet werden. Ein Körpermodell ist einerseits ein konkretes Objekt und andererseits eine Abstraktion der Form von Objekten, die in der Praxis vorkommen.

Es sollten drei Stufen der Entwicklung der Körperbegriffe konzipiert werden, die sich in der Dominanz der Seiten des Grundverhältnisses unterscheiden.

Auf der *ersten Stufe* (Kl. 1 – 4/5) dominiert das reale Objekt. Es werden die Form der Objekte mit Hilfe einiger Merkmale beschrieben, Modelle gezeigt und die Bezeichnungen Würfel, Quader, Zylinder, Kegel, Pyramide und Kugel für typische Repräsentanten eingeführt.

In der *zweiten Stufe* (Kl. 5/6 – 8, z. T. 9) werden die Merkmale der einzelnen Körper systematisch untersucht, die bisherigen Vorstellungen zu typischen Repräsentanten verallgemeinert, Begriffsbeziehungen hergestellt, Volumen und Oberflächenberechnungen durchgeführt und Darstellungen der Körper mir verschiedenen Verfahren vorgenommen. Es dominiert in dieser Stufe der abstrakte Begriff, auch wenn bei allen Körpern bei der Einführung und insbesondere der Festigung des Stoffes Bezüge zu realen Objekten hergestellt werden.

In der *dritten Stufe* (Kl. 9 – 10, z. T. ab Kl. 8) dominiert erneut das reale Objekt. Es wird mit Hilfe der elementaren Körperbegriffe die Form realer Objekte beschrieben. Dabei können die Objekte aus elementaren Körpern zusammengesetzt sein, aus elementaren Körpern durch Entfernen von elementaren Körpern entstanden sein (z.B. Körperstümpfe) oder in ihrer Form näherungsweise elementaren Körpern oder Zusammensetzungen aus ihnen entsprechen.

2.2 Aussagen der Bildungsstandards und Rahmenpläne über Ziele und Inhalte zur räumlichen Geometrie

Bildungsstandards für den Primarbereich, 2004

Sich im Raum orientieren

– über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen
– räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen
– zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken (z.B. Würfelgebäuden) zueinander in Beziehung setzen (nach Vorlage bauen, zu Bauten Baupläne erstellen, Kantenmodelle und Netze untersuchen)

Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen

– Körper nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen
– Körper in der Umwelt wieder erkennen
– Modelle von Körpern herstellen und untersuchen (Bauen, Legen, Zerlegen, Zusammenfügen, Ausschneiden, Falten...)
– Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen

Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen

– Umfang und Flächeninhalt von ebenen Figuren untersuchen
– Rauminhalte vergleichen und durch die enthaltene Anzahl von Einheitswürfeln bestimmen

Gemeinsamer Rahmenlehrplan für die Grundschule der Länder Berlin, Brandenburg, Bremen und Mecklenburg-Vorpommern, 2004

Anforderungen:

– sich im Raum orientieren und dies beschreiben
– sich nach Plänen und Beschreibungen orientieren
– Lagebeziehungen in der Ebene und im Raum erkennen, beschreiben, realisieren und verändern
– räumliche oder ebene Veränderungsprozesse ausführen und beschreiben
– Objekte aus der Umwelt beschreiben, nach ihren mathematischen Eigenschaften ordnen
– ausgewählte Körper benennen und darstellen, skizzieren, zeichnen, (zer)legen, zusammensetzen, messen, formen, falten und schneiden
– Beziehungen zwischen Körpern und ebenen Figuren beschreiben
– Lagebeziehungen im Raum erkennen, beschreiben, realisieren und verändern
– Körper bezüglich ihrer Abmessungen direkt und indirekt vergleichen

Inhalte:

kursiv: fakultative Inhalte, über Auswahl entscheidet Fachkonferenz

– links - rechts, unter - über, auf, vor - hinter, neben, innen - außen, zwischen, oben - unten
– Orientierungsübungen, Wegbeschreibungen, Karten, Stadtpläne, Lageskizzen
– *Körperschemata*, *Wahrnehmungsspiele*,

- Veränderung der Lage von Körpern vom Betrachtenden aus und von anderen Standpunkten aus
- *Objekte aus der Umwelt, mathematische Objekte*
- Kugel, Würfel, Quader, Pyramide, Kegel, Zylinder,
- Ecke, Kante, Seitenfläche, gegenüberliegende Seitenfläche
- Darstellungen von Körpern aus verschiedenen Materialien und von ebenen Figuren auf unterschiedliche Art und Weise
- Würfelbauten, Ergänzungen zu Würfelbauten, Würfelbauten nach Bauplänen und Schrägbildern,
- Freihandzeichnungen von Würfeln und Quadern
- Würfelnetze, *Netze anderer Körper, Faltfiguren*
- Einheitswürfel

Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss und den Hauptschulabschluss zur Geometrie, 2003

Kursiv: nur Standard für den mittleren Abschluss

Leitidee Messen
Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder, *Kegel und Kugel* sowie daraus zusammengesetzten Körpern,
- nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.

Leitidee Raum und Form
Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt,
- operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern,
- stellen Körper (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen,
- *analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes,*
- zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamischer Geometriesoftware,

3 Sicheres Wissen und Können zu Körpern

3.1 Allgemeine Begriffe, Merkmale und Eigenschaften

Figur:

1. Bedeutungen des Wortes in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Eine Figur ist eine Menge von Punkten und damit Oberbegriff für alle geometrischen Objekte, wie Punkte, Geraden, Ebenen, Winkel, Dreiecke usw. Es gibt ebene und räumliche Figuren. Zu den räumlichen Figuren gehören die geometrischen Körper.

Im Mathematikunterricht werden als Figuren meist die ebene Figuren Dreiecke, Vierecke, Vielecke, Kreise und daraus zusammengesetzte Figuren bezeichnet, ohne dass der Zusatz eben verwendet wird. Punkte, Strecken, Geraden, Strahlen und Winkel werden in der Regel nicht als Figuren bezeichnet. Geometrische Körper werden ebenfalls in der Regel nicht als räumliche Figuren bezeichnet, so dass die Wörter Figur und Körper im alltäglichen Gebrauch im Mathematikunterricht Nebenbegriffe sind. Auch in den aktuellen Planungsdokumenten wie

Bildungsstandards und Rahmenplänen wird stets die Wortkombination „Körper und ebenen Figuren" verwendet.

2. Weitere Bedeutungen, die Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff haben[2]

(1) Körperform eines Menschen im Hinblick auf ihre Proportioniertheit (schöne Figur)

(2) Künstlerische Darstellung eines Lebewesens (Figur aus Porzellan)

(3) Spielstein bei Brettspielen (Schachfiguren)

(4) Abbildung in einem Text (Figur 1)

(5) ein in sich abgeschlossener Bewegungsablauf beim Tanz, Eiskunstlauf, usw.

In den ersten drei Bedeutungen steht Figur zwar für ein räumliches Objekt, die Objekte sind aber vor allem Menschen oder Tiere und nicht unbelebte Gegenstände wie Würfel oder Kugeln. Die Bedeutung (4) entspricht in hohem Maße den Vorstellungen von ebenen Figuren in der Mathematik. In der Bedeutung (5) ist der dynamische Aspekt der Entstehung von ebenen Figuren enthalten.

3. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Das Wort Figur sollte im Mathematikunterricht generell nur in der Bedeutung von ebenen Figuren, die durch eine Linie begrenzt sind, also einen Flächeninhalt und einen Umfang haben, verwendet werden. Diese Vorstellung sollte zum sicheren Wissen und Können in der ebenen Geometrie gehören. Über den allgemeinen Figurbegriff der Mathematik, der auch Körper und andere Punktmengen umfasst, können in oberen Klassen interessierte Schüler informiert werden, bei denen dann möglicherweise eine entsprechende Verallgemeinerung ihrer Kenntnisse zum mathematischen Figurbegriff erfolgt.

Körper:

1. Bedeutungen des Wortes in der Mathematik und im Mathematikunterricht

(1) Ein Körper bezeichnet in der Algebra eine bestimmte Struktur, bei der in einer Menge zwei Operationen mit gewissen Eigenschaften erklärt sind. So ist etwa die Menge der rationalen Zahlen mit der Addition und Multiplikation ein algebraischer Körper.

(2) In der Geometrie bezeichnet das Wort Körper eine beschränkte dreidimensionale Punktmenge, die allseitig von endlich vielen ebenen oder gekrümmten Flächenstücken begrenzt wird. Die begrenzenden Flächenstücke gehören zum Körper.

(3) Im Mathematikunterricht werden als Körper auch bestimmte Unterrichtsmittel bezeichnet, die zur Veranschaulichung geometrischer Körper dienen und auch Körpermodelle heißen. Es gibt Vollkörper, Kantenmodelle oder Flächenmodelle.

Im Folgenden soll die Bedeutung (1) nicht mehr betrachtet werden.

2. Weitere Bedeutungen, die Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff haben

(1) Gestalt, äußere Erscheinung, Organismus eines Menschen oder Tieres (der menschliche Körper)

(2) Rumpf als Teil eines menschlichen oder tierischen Körpers (Körpertreffer beim Boxen)

(3) Gegenstände, die ein bestimmtes Volumen, eine bestimmte Masse sowie einen bestimmten Aggregatzustand haben und aus bestimmten Stoffen bestehen (physikalischer Körperbegriff)

Der biologische Körperbegriff (1) und der physikalische Körperbegriff (3) haben mit dem mathematischen Begriff die Existenz einer Oberfläche und eines Volumens gemeinsam. Während es in der Biologie und der Physik um die so bezeichneten Objekte und eine Vielzahl ihrer Eigenschaften geht, stellt der mathematische Begriff eine ideelle Abstraktion, ein

---

[2] Als eine Quelle für die Bedeutungen der Wörter wurde verwendet: DUDEN : Deutsches Universalwörterbuch, 5. Aufl., Mannheim : Brockhaus, 2003 sowie die Internetenzyplopädie Wikipedia http://de.wikipedia.org/wiki/Hauptseite

Denkmodell dar, mit dem die Form realer physikalischer (meist fester) Körper beschrieben werden kann.

3. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Die Schüler sollten den mathematischen Körperbegriff sicher beherrschen und damit u. a. etwa die folgenden Gedanken verbinden: Körper sind Quader, Würfel, Zylinder, Kegel, Pyramiden, Kugeln und daraus durch Zerlegung oder Zusammensetzung entstandene Objekte. Mit den Namen von Körpern wird die idealisierte Form eines realen Gegenstandes beschrieben, Körper sind mathematische Modelle für reale Gegenstände.

Weitere Gedanken zu Körpern, die zum sicheren Wissen gehören sollten, ergeben sich aus den weiteren Betrachtungen zu Eigenschaften von Körpern.

Ecke, Spitze, Kante:

1. Bedeutungen der Wörter in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Ecke:

(1) Die Eckpunkte eines n-Ecks werden auch als Ecken des n-Ecks bezeichnet.

(2) Eine körperliche Ecke ist eine räumliche Figur, die dadurch entsteht, dass ein Strahl, der von einem Punkt S ausgeht an den Seiten eines n-Ecks mit den Eckpunkten A_1, A_2, … A_n entlang gleitet. Das n-Eck liegt in einer Ebene, zu der der Punkt S nicht gehört. Der Punkt S heißt Ecke, Eckpunkt oder Scheitel.

Ecke ist also in der Mathematik sowohl eine räumliche Figur als auch ein Punkt.

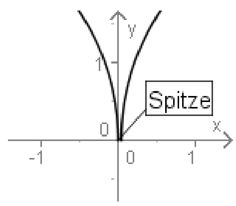
Im Mathematikunterricht wird der Begriff der räumlichen Ecke nicht behandelt.

Spitze:

(1) Mit Spitze wird der der Basis gegenüberliegende Eckpunkt eines gleichschenkligen Dreiecks bezeichnet.

(2) Spitze bezeichnet bei Pyramiden und Kegeln den gemeinsamen Punkt aller Seitenkanten bzw. Mantellinien.

(3) Mit Spitze werden bestimmte Punkte von algebraischen Kurven bezeichnet (s. Abb.).



Die Bedeutungen (1) und (2) sind auch Inhalt des Mathematikunterrichts. Die Spitze einer Pyramide ist auch eine Ecke, während die Spitze eines Kegels keine Ecke ist.

Kante:

(1) Die Strecken SA_i, i = 1(1)n, einer räumlichen Ecke heißen Kanten. An ebenflächig begrenzten Körpern werden als Kanten die Strecken bezeichnet, die Seiten von genau zwei Begrenzungsflächen sind.

(2) In einigen Quellen wird auch bei krummflächig begrenzten Körpern von Kanten im weiteren Sinne gesprochen, wenn zwei Flächen längs einer Kurve zusammenstoßen.

Der Begriff Kante hat also zwei unterschiedliche Bedeutungen, im engeren Sinne als eine geradlinige und im weiteren Sinne als eine auch krummlinige eindimensionale Figur.

2. Weitere Bedeutungen, die Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff haben

Ecke:

(1) Flächen-, Raum- oder Materialstück, das von zusammenstoßenden Linien, Kanten oder Flächen begrenzt wird (vorspringende Ecken, Ecken eines Tisches)

(2) Stück einer Fläche, wo zwei Kanten aufeinander treffen (Ecke des Spielfeldes)

(3) Stelle, an der zwei Straßen zusammenstoßen (Straßenecke, um die Ecke gehen)

(4) spitz zulaufendes Stückchen (eine Ecke Käse)

(5) Stelle, an der zwei Seiten eines Raumes zusammenstoßen (in der Ecke stehen)

Eine Ecke ist den Bedeutungen (2), (3) und teilweise auch (1) Teil einer Fläche und in den Bedeutungen (5) und teilweise (1) Teil eines Raumes. Letzteres hat Gemeinsamkeiten mit dem Begriff der räumlichen Ecke in der Mathematik. In der Bedeutung (5) wird eine Ecke aber nur durch 2 Flächen gebildet, so dass auch eine Beziehung zum mathematischen Begriff der Kante besteht. In der Bedeutung (4) handelt es sich um einen Körper.

Spitze:

(1) Spitzes Ende eines Gegenstandes (Spitze einer Nadel)

(2) Ende eines spitz zulaufenden Teils (Spitze des Giebels)

(3) Oberes Teils eines hohen Objektes (Spitze des Eisberges)

(4) Höchstwert, Höchstmaß (Spitzenpreis)

Alle vier genannten Bedeutungen haben enge Beziehungen zum mathematischen Begriff der Spitze einer Pyramide bzw. eines Kegels. Die weiteren 8 Bedeutungen des Wortes (z. B. Spitze des Zuges, Spitzengruppe, spitze Bemerkung, Plauener Spitzen) haben allerdings fast keine Gemeinsamkeiten mit mathematischen Bedeutungen.

Kante:

(1) Linie, die durch zwei aneinander stoßende Flächen gebildet wird (scharfe Kante)

(2) Rand, äußere Begrenzung einer Fläche (Bettkante)

(3) Auf beiden Seiten steil abfallender Felsgrat

(4) Linie, die zwei Knoten in einem Diagramm verbindet

In diesen Bedeutungen ist eine Kante immer etwas Eindimensionales und in der Regel Geradliniges.

3. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Die Schüler beherrschen wesentliche Inhalte der Bedeutung der Begriffe Ecke, Spitze und Kante in der Geometrie in etwa der folgenden Weise.

Es ist nicht notwendig, dass sie unter der Ecke eines Körpers lediglich den Eckpunkt vorstellen, sie können durchaus auch ein Gebiet in der Nähe des Eckpunktes im Innern des Körpers vor Augen haben. Wenn die Bezeichnungen der Ecken gesucht sind, sollte nach den Eckpunkten gefragt werden.

Die Bezeichnung Spitze sollte lediglich in Zusammenhang mit den Begriffen Pyramide und Kegel erfolgen. Der Zusammenhang von Spitze und Ecke gehört nicht zum sicheren Wissen.

Unter Kanten sollten im Bereich des sicheren Wissens nur Strecken verstanden werden.

Fläche, Begrenzungsfläche, Oberfläche, Grundfläche, Deckfläche, Seite, Seitenfläche, Mantelfläche, Grundkanten, Seitenkanten:

1. Bedeutungen der Wörter in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Eine *Fläche* ist eine zusammenhänge Punktmenge im dreidimensionalen Raum mit bestimmen Eigenschaften. Eine Fläche kann eben (zweidimensional) oder gekrümmt sein.

Die begrenzenden Flächen eines Körpers heißen auch *Begrenzungsflächen*. Ihre Gesamtheit wird als *Oberfläche* des Körpers bezeichnet.

Bei Prismen, die keine Quader sind, bei Zylindern sowie bei Pyramiden- und Kegelstümpfen wird unabhängig von der räumlichen Lage des Körpers eine bestimmte Begrenzungsfläche als *Grundfläche* und die zu ihr parallele als *Deckfläche* bezeichnet. Die Bezeichnungen sind also untereinander austauschbar. Pyramiden und Kegel haben nur eine Grundfläche.

Mit *Seite* wird in der ebenen Geometrie eine Strecke bezeichnet, die zu einem n-Eck gehört (z. B. die Seiten eines Dreiecks). In der räumlichen Geometrie spricht man bei der Mehrtafelprojektion vom Seitenriss bzw. von der Seitenansicht von rechts bzw. von links.

Die Bezeichnung *Seitenfläche* wird in zwei Bedeutungen verwendet.

(1) Es ist eine der Begrenzungsfläche eines beliebigen ebenflächigen Körpers.

(2) Bei Körpern, die eine Grundfläche haben, werden die übrigen Begrenzungsflächen, sofern sie nicht Deckfläche sind, als Seitenflächen bezeichnet.

Bei Körpern, die eine Grundfläche haben, wird die Gesamtheit der Seitenflächen als *Mantelfläche* bezeichnet.

Bei ebenflächig begrenzten Körpern, die eine Grundfläche haben, werden die Seiten der Grundfläche als *Grundkanten* und die Seiten der Seitenflächen, sofern sie nicht Grundkante sind, als *Seitenkanten* bezeichnet.

2. Weitere Bedeutungen, die Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff haben

Das Wort *Fläche* bezeichnet

(1) einen flachen nach Länge und Breite ausgedehnten Bereich (Tischfläche)

(2) eine flache Außenseite eines Gegenstandes (Fläche des Würfels)

Das Wort *Oberfläche* wird im Alltag in zwei unterschiedlichen Bedeutungen verwendet.

(1) obere Begrenzungsfläche eine Flüssigkeit oder eines Gegenstandes (die Oberfläche des Sees, die Oberfläche des Tisches)

(2) Gesamtheit aller Begrenzungsflächen eines Gegenstandes (Oberfläche der Erde, Körperoberfläche)

Grundfläche bezeichnet die untere ebene Fläche eines Körpers oder eines Raumes (Grundfläche des Zimmers). Das Wort *Deckfläche* wird außerhalb der Mathematik kaum verwendet.

Das Wort *Seitenfläche* wird außerhalb der Mathematik wenig verwendet, dafür hat das Wort Seite u. a. folgende, dem Wort Seitenfläche entsprechende Bedeutungen.

(1) eine von mehreren ebenen Flächen, die einen Körper begrenzen (die untere Seite der Kiste, die Seiten eines Würfels)

(2) linke, rechte, vordere oder hintere Fläche eines Raumes oder eines Gegenstandes (eine Seite des Zimmers, die Seiten der Kassette)

(3) linker oder rechter flächiger Teil eines Gegenstandes (linke Seite des Autos)

(4) eine von beiden Flächen eines bedruckten Blattes (Buchseite)

(5) Partie des menschlichen oder eines tierischen Körpers (auf seiner linke Seite)

Die Bedeutungen (1) bis (4) beinhalten den Aspekt der Fläche direkt, die Bedeutung (5) eher indirekt. In den Bedeutungen (1) und (4) ist keine räumliche Orientierung enthalten. Dies entspricht der mathematischen Bedeutung der Seitenfläche als einer beliebigen Begrenzungsfläche eines Körpers. Die übrigen Bedeutungen schließen den Aspekt der räumlichen Orientierung ein und Seiten sind Flächen, die vertikal (rechts, links, vorne oder hinten) liegen. Dies entspricht der zweiten mathematischen Bedeutung des Begriffes Seitenfläche.

3. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Die Schüler sollten zur Beschreibung allgemeiner Merkmale von Körpern die Wörter bzw. Redewendungen „Begrenzungsflächen“, „Flächen, die den Körper begrenzen“ oder „Flächen eines Körpers“ sicher verwenden können. Unter einer Fläche oder einer Begrenzungsfläche sollten sie sowohl ebene als auch gekrümmte Flächen verstehen. Damit können alle Körper im Mathematikunterricht durch die Angabe der Art, Anzahl und Lage ihrer Begrenzungsflächen eindeutig charakterisiert werden.

Aufgrund der zweifachen innermathematischen und außermathematischen Bedeutung des Wortes Seitenfläche bzw. Seite sollten diese Bezeichnungen im Rahmen des sicheren Wissens und Könnens nur bei Körpern erfolgen, die eine Grundfläche haben. Bei diesen Körpern sollten die Schüler sowohl eine Grundfläche als auch die Seitenflächen sicher identifizieren können.

Da auch das Wort Oberfläche im Alltag zwei Bedeutungen hat, sollte die mathematische Bedeutung nicht zum sicheren Wissen und Können gehören, zumal wir auch die Formeln für den Oberflächeninhalt nicht dazu rechnen. Bei Aufgabenstellungen zum Oberflächeninhalt kann die Formulierung „Summe der Inhalte aller Begrenzungsflächen“ verwendet werden.

Die Begriffe Deckfläche, Mantelfläche, Grundkante und Seitenkante sollten nicht zum sicheren Wissen der Schüler gehören, da sie zur Identifizierung der Körper und zur Volumenberechnung nicht erforderlich sind und im Alltag kaum eine Rolle spielen.

Länge, Breite, Tiefe, Höhe:

1. Bedeutungen der Wörter in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Die *Länge* ist eine Größe und ein Maß für Strecken.

Der Begriff *Breite* wird in der Mathematik nur in der sphärischen Geometrie verwendet. Im Mathematikunterricht werden oft die Seiten eines Rechtecks und entsprechend die Grundkanten eines Quaders mit Länge und Breite bezeichnet.

Tiefe ist ein Begriff aus der Darstellenden Geometrie und bezeichnet die Richtung, die senkrecht zur Aufrissebene ist. Man spricht von der Tiefenrichtung, Linien in Tiefenrichtung heißen Tiefenlinien.

In der ebenen Geometrie versteht man unter der *Höhe* eines Dreiecks den Abstand eines Eckpunktes von der gegenüber liegenden Seiten und unter der Höhe eines Trapezes bzw. Parallelogramms den Abstand der parallelen Seiten.
In der räumlichen Geometrie bezeichnet in Körpern, die eine Grundfläche haben, die *Höhe* den Abstand der Deckfläche oder der Spitze von der Grundfläche.

2. Weitere Bedeutungen, die Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff haben

Länge:

(1) Räumliche Ausdehnung in einer Richtung (Stäbe verschiedener Länge)
(2) Seite eines rechteckigen Flächenstücks bzw. Grundkante eines quaderförmigem Gegenstandes oder Raumes (Länge eines Briefes, Länge eines Zimmers)
(3) hoher Wuchs, Größe (seine Länge kam ihm zugute)
(4) Abstand eines Ortes vom Nullmeridian (geografische Länge)

Breite:

(1) Ausdehnung in seitlicher Richtung (Breite eines Schranks)
(2) Seite einer rechteckigen Fläche, im Zusammenhang mit Länge (Länge und Breite eines Briefes)
(3) Abstand eines Ortes von Äquator (geografische Breite)

Bei rechteckigen Flächen (Briefen, Zimmern, Grundstücken) ist es im Alltag üblich, die Seitenlängen mit Länge und Breite zu bezeichnen.

Tiefe:

(1) Ausdehnung senkrecht nach unten (die Tiefe des Brunnens)
(2) Entfernung unter der Erd- oder Wasseroberfläche (die Tiefe des Wassers)
(3) Ausdehnung nach hinten oder innen (Tiefe des Schrankes, Tiefe der Wunde)
(4) Hinten gelegener Teil eines Raumes, Gebietes (aus der Tiefe des Parks)

Die Tiefe bezeichnet eine bestimmte Richtung in Bezug zur Waagerechten aus Sicht des Betrachters.

Höhe:

(1) Maß der Ausdehnung in vertikaler Richtung (die Höhe des Tisches)
(2) Bestimmte Entfernung über der Erdoberfläche
(3) Abstand eines Gestirns vom Horizont

Im Unterschied zum Begriff Höhe in der Mathematik sind die Bedeutungen im Alltag mit dem Bezug zur (waagerechten) Erdoberfläche verbunden. Eine Höhe ist immer etwas Vertikales.

3. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Der Begriff Länge gehört einmal zum sicheren Wissen und Können im Arbeiten mit Größen, auf das hier nicht weiter eingegangen werden soll.

Wegen der üblichen Verwendungen der Begriffe Länge, Breite und Tiefe im Alltag, sollten diese Bedeutungen im Geometrieunterricht ebenfalls zur Angabe von Längenmaßen verwendet werden, obwohl dies zu einer zweifachen Bedeutung des Wortes Breite im Mathematikunterricht führt. Für die Maße eines quaderförmigem Gegenstandes oder Raumes sollten die Bezeichnungen Länge, Breite, Höhe bzw. Breite, Tiefe, Höhe je nach Kontext verwendet werden. Bei innermathematischen Aufgaben sollten mit Blick auf die Körperdarstellung die Bezeichnungen Breite, Tiefe und Höhe benutzt werden. Die Schüler sollten mit diesen verschiedenen Bezeichnungen für die Abmessungen von Quadern sicher umgehen können, ohne dabei über die Unterschiede reflektieren zu können.

Der mathematische Begriff der Höhe sollte aufgrund seiner Bedeutsamkeit für die Volumenberechnung zum sicheren Wissen gehören. Das wesentliche Merkmal in der mathematischen Bedeutung ist im Unterschied zum Alltagsbegriff sein Bezug zur Grundfläche und damit seine Unabhängigkeit von der Lage des Körpers. Die Schüler sollte die Höhe eines Körpers (falls sie existiert) sicher in allen Lagen identifizieren können.

3.2 Merkmale und Eigenschaften von Würfeln und Quadern

1. Bedeutungen der Wörter in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Das Wort *Würfel* stammt vom Wort werfen ab.
Ein Würfel ist ein Körper mit 6 kongruenten Quadraten als Begrenzungsflächen.

Vor allem im Stochastikunterricht werden Geräte zum Würfeln bei Glücksspielen als Würfel bezeichnet, die in der Regel eine Würfelform mit abgerundeten Ecken haben, aber auch andere regelmäßige Polyeder, wie etwa Oktaeder sein können. Es wird zwischen regulären (echten) und nicht regulären (gefälschten) Würfeln unterschieden in Abhängigkeit von der physikalischen Beschaffenheit (Masseverteilung) des Spielgerätes.

Obwohl ein Würfel ein spezieller Quader ist, wird er analog zu der Bezeichnung bei Vierecksarten in der Regel nicht als Quader bezeichnet. In allen Schullehrbüchern werden die Volumen und Oberflächenformeln für Würfel neben denen für Quader extra behandelt.

Die Quelle des Wortes *Quader* ist das lateinischen Wort quadrum = Viereck.
Ein Quader ist ein geometrischer Körper, der von 3 Paaren kongruenter Rechtecke, die in parallelen Ebenen liegen, begrenzt wird.

2. Weitere Bedeutungen, die Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff haben

Würfel:

(1) Objekt zum Würfeln bei Glücksspielen (Spielwürfel)

(2) Würfelförmiges Objekt (Würfelzucker, Speck in Würfel schneiden)

Quader:
Ein Quader ist ein behauener Steinblock von der Form eines Quaders.

3. Probleme und Anwendungen

Es ist nicht sinnvoll ist, bereits beim Quader die Begriffen Grundfläche und Deckfläche zu verwenden. Es könnte beim Schüler die Vorstellung entstehen, dass die Grundfläche eines Körpers stets die Fläche ist, die unten liegt. Dies würde zu Fehlern bei Prismen führen. Hinzu kommt, dass man bei Würfeln üblicherweise nicht die Begriffe Grund- und Deckfläche verwendet, sondern generell von Seiten spricht, womit alle Begrenzungsflächen gemeint sind.

Ein typischer Fehler der Schüler ist die Verwechslung der Begriffe Quader und Rechteck sowie Würfel und Quadrat.

Während würfelförmige Objekte im Alltag sehr selten auftreten, gibt es sehr viele Gegenstände und Räume, die die Form eines Quaders haben. Würfelförmige Objekte werden in der Regel auch als Würfel bezeichnet, während dies bei quaderförmigen nicht der Fall ist.

Die Berechnung des Volumens von Quadern dürfte mit Abstand die häufigste Anwendung von Volumenformeln im Alltag sein. Dagegen spielt die Berechnung des Würfelvolumens und auch die Berechnung des Oberflächeninhalts bei beiden Körpern kaum eine Rolle. Die Berechnung von Teilen oder des gesamten Oberflächeninhalt kann auf die Berechnung des Flächeninhalts von Quadraten und Rechtecken zurückgeführt werden, die wir zum sicheren Wissen und Können in der ebenen Geometrie zählen.

4. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Zum sicheren Wissen und Können sollten die Kenntnis der Wörter Würfel und Quader und ihrer mathematischen Bedeutungen (einschließlich ihrer Unterscheidung von den Begriffen Quadrat und Rechteck) sowie das Können im Anwenden der Formel für das Würfel- und Quadervolumen gehören.

3.3 Merkmale und Eigenschaften von Prismen

1. Bedeutungen des Wortes in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Das Wort Prisma stammt aus dem Griechischen und bedeutete das Zersägte, Zerschnittene.

Ein Körper heißt n-seitiges Prisma, wenn er begrenzt wird von zwei zueinander kongruenten und parallelen n-Eckflächen, der Grund- und Deckfläche, sowie n Parallelogrammflächen, den Seitenflächen. Ein Prisma heißt gerade, wenn die Seitenkanten senkrecht zur Grundfläche sind, ansonsten heißt es schief.

Neben der Definition eines Prismas über die Art der Begrenzungsflächen gibt es auch eine genetische Definition.
Ein Prisma ist ein Körper, der sich ergibt, wenn eine prismatische Fläche durch zwei zueinander parallele Ebenen so geschnitten wird, dass die Schnittfiguren geschlossene Kurven sind. Eine prismatische Fläche entsteht, wenn eine Gerade im Raum ohne ihre Richtung zu verändern an den Seiten eines n-Ecks entlang gleitet.

Im Mathematikunterricht wird in der Regel zunächst nur der Begriff des geraden Prismas über die Art der Begrenzungsflächen erklärt, wobei man den Zusatz „gerade“ meist weglässt. Der Begriff des schiefen Prismas wird dann höchstens genetisch durch Verschiebung der Deckfläche eines geraden Prismas eingeführt.

In einigen Schulbüchern werden stehende und liegende Prismen unterschieden, je nachdem ob das Prisma auf der Grundfläche steht oder auf einer Seitenfläche liegt. Anstelle des Wortes Prisma wird manchmal auch das Wort Säule verwendet und in einigen Schulbüchern werden Zylinder ebenfalls als Prismen bezeichnet.

2. Weitere Bedeutungen, die Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff haben

In der Optik wird ein dreiseitiges Prisma aus Glas, das zur Reflexion oder Brechung des Lichtes dient, als Prisma bezeichnet. Prismen werden auch in bestimmten Ferngläsern verwendet.

3. Probleme und Anwendungen

Ein Körper, bei dem zwei Begrenzungsflächen kongruente und parallele Rechtecke und die übrigen Parallelogramme sind, kann sowohl als gerades als auch als schiefes Prisma bezeichnet werden. Die Bezeichnungen gerade und schief sind also nicht immer sinnvoll.

Schüler haben im Mathematikunterricht oft Probleme bei der Identifizierung von Prismen, insbesondere wenn diese auf einer Seitenfläche liegen. Die Unterscheidung in liegende und stehende Prismen kann dabei eine Denkhilfe sein.

Das Wort Prisma wird außerhalb des Mathematikunterrichts zur Beschreibung der Form eines Körpers nicht verwendet. Selbst Studenten eines Lehramtes für das Fach Mathematik kennen das Wort meistens kaum. Bei dem physikalischen Begriff des Prismas geht es zudem weniger um die Form als mehr um die physikalischen Eigenschaften des Objektes.

Im Alltag treten sehr viele Objekte auf, die die Form eines Prismas haben. Dabei handelt ist sich oft um liegende gerade Prismen (Hausdächer, Böschungen, Stahlträger). Schiefe Prismen kommen äußerst selten vor. Von großer Bedeutung ist im Alltag das Können im Berechnen von Rauminhalten gerader Prismen. Dazu muss erkannt werden, welche Begrenzungsfläche als Grundfläche und welche Kante als Höhe gewählt werden kann. Die Berechnung des Flächeninhalts von Seitenflächen führt zur Inhaltsberechnung von Rechtecken, die sicher zu beherrschen ist. Die Inhaltsberechnung von Grund- und Deckfläche gehört nur für Rechtecke und Dreiecke zum sicheren Können.

4. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Zum sicheren Wissen und Können sollte gehören, dass die Schüler in der Lage sind, ein gerades Prisma durch die Angabe der Form und Lage der Begrenzungsflächen beschreiben zu können, die Volumenformel zu kennen und zur Volumenberechnung eine entsprechende Begrenzungsfläche und die dazugehörige Höhe auszuwählen zu können.
Die Kenntnis der Bezeichnung Prisma und die Unterscheidung von geraden und schiefen Prismen rechnen wir nicht zum sicheren Wissen und Können.

3.4 Merkmale und Eigenschaften von Zylindern

1. Bedeutungen des Wortes in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Das Wort Zylinder kommt aus dem Griechischen und bedeutet als Verb rollen, wälzen.

Ein gerader Kreiszylinder ist ein geometrischer Körper, der begrenzt wird von zwei zueinander kongruenten und parallelen Kreisflächen und einer gekrümmten Fläche, die bei einer Abwicklung in eine Ebene ein Rechteck ergibt.

Ein gerader Kreiszylinder entsteht, wenn ein Rechteck um eine seiner Seiten rotiert. Die Gerade durch die Mittelpunkte der Grund- und Deckfläche heißt Achse des Zylinders. Ein Hohlzylinder entsteht, wenn aus einem geraden Kreiszylinder ein solcher mit kleinerem Radius aber gleicher Achse und gleicher Höhe entfernt wird.

Der allgemeine Begriff des Zylinders kann nur genetisch definiert werden. Ein Zylinder ist ein Körper, der sich ergibt, wenn ein Zylinderfläche durch zwei zueinander parallele Ebenen so geschnitten wird, dass die Schnittfiguren geschlossene Kurven sind. Eine Zylinderfläche entsteht, wenn eine Gerade im Raum ohne ihre Richtung zu ändern an einer beliebigen geschlossenen und gekrümmten Kurve (Leitkurve) entlang gleitet.

In der Schule werden in der Regel nur gerade Kreiszylinder behandelt, wobei auf die Zusätze „gerade“ und „Kreis“ meist verzichtet und nur von Zylinder gesprochen wird. Insbesondere werden diese Zusätze beim Begriff Hohlzylinder nicht verwendet. In einigen Büchern wird darauf hingewiesen, dass es auch Zylinder mit elliptischer Grundfläche gibt. Es wird z. T. der Begriff des schiefen Kreiszylinders genetisch durch Verschiebung der Deckfläche eines geraden Kreiszylinders eingeführt.

2. Weitere Bedeutungen, die Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff haben

(1) Zylinderförmige Hohlkörper, in dem sich gleitend eine Kolben bewegt (Motor mit 4 Zylindern)

(2) Zylindrische Glas eine Gas- oder Petroleumlampe zum Schutz der Flamme

(3) hoher, steifer Herrenhut mit zylindrischem Kopf und fester Krempe

Alle drei Bedeutungen beziehen sich auf das Wort Zylinder. In den Bedeutungen (1) und (2) haben die betreffenden Gegenstände die Form eines Hohlzylinders, bei der dritten Bedeutung handelt sich um die Form eines geraden Zylinders mit elliptischer Grundfläche.

3. Probleme und Anwendungen

Der allgemeine Zylinderbegriff kann nicht durch Angabe der Begrenzungsflächen eingeführt werden, da es sich bei der Abwicklung der Mantelfläche nur beim geraden Kreiszylinder um eine geradlinig begrenzte Figur handelt. Bereits beim schiefen Kreiszylinder ergibt die Abwicklung der Mantelfläche kein Parallelogramm wie oft fälschlicherweise angenommen wird.

Es gibt sehr viele Objekte im Alltag, die die Form eines geraden Kreiszylinders bzw. Hohlzylinders haben. Einige zylindrische Körper in stehender Lage werden als Säulen und in liegender Lage als Walzen bezeichnet.

Es gibt so gut wie kein reales Objekt, das die Form eines schiefen Kreiszylinders hat. Selbst ein Unterrichtmodell, das unter diesem Begriff verkauft wird, erwies bei näherer Prüfung als Körper, der durch schräge Schnitte eines Kreiszylinders erzeugt wurde und somit eine elliptische Grundfläche hat. Es kommt im Alltag häufiger vor, dass zylindrische Gegenstände oder Rohre durch schräge parallele Schnitte bearbeitet werden. Es gibt auch einige Gegenstände, die die Form eines geraden Zylinders mit elliptischer Grundfläche (Zylinderhut, elliptische Säulen) haben.

Die Berechnung des Volumens von geraden Kreiszylindern und Hohlzylindern ist bei vielen Sachverhalten erforderlich. Die oft benötigte Berechnung des Mantelflächeninhalts kann auf die Berechnung von Rechtecken zurückgeführt werden.

4. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Die Schüler sollten das Wort Zylinder in der Bedeutung eines geraden Kreiszylinders sicher kennen, wozu auch die Kenntnis der Abwicklung der Mantelfläche als Rechteck und die Rotationseigenschaft gehören. Sie sollten sicher wissen, wie man das Volumen berechnet und die Berechnung des Oberflächeninhalts auf die Berechnung ebener Figuren zurückführen können.

3.5 Merkmale und Eigenschaften von Pyramiden, Kegeln und Kugeln

1. Bedeutungen der Wörter in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Der Begriff *Pyramide* kann durch die Angabe der Begrenzungsflächen in folgender Weise allgemein definiert werden. Ein Körper heißt Pyramide**,** wenn er begrenzt wird von einer n-Eckfläche und n Dreiecksflächen, die einen Punkt S gemeinsam haben.

Besitzt die Grundfläche einer Pyramide einen Mittelpunkt, unterscheidet man gerade und schiefe Pyramiden. Ein n-Eck hat einen Mittelpunkt, wenn es punktsymmetrisch ist. Liegt die Spitze der Pyramide senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche, heißt die Pyramide gerade, ansonsten heißt sie schief.
Bei einer geraden Pyramide sind alle Seitenkanten gleich lang. Umgekehrt gilt auch, dass die Pyramide gerade ist, wenn bei ihr alle Seitenkanten gleich lang sind.

Der Begriff Pyramide kann auch genetisch definiert werden. Eine Pyramide ist ein Körper, der sich ergibt, wenn eine Pyramidenfläche von einer Ebene so geschnitten wird, dass die Schnittfigur eine geschlossene Kurve ist. Eine Pyramidenfläche entsteht, wenn ein Strahl mit dem Anfangspunkt S an den Seiten eines ebenen n-Ecks entlang gleitet, wobei sich S außerhalb der Ebene des n-Ecks befindet.

Im Mathematikunterricht lernen die Schüler in der Primarstufe meist nur gerade Pyramiden mit quadratischer oder rechteckiger Grundfläche kennen. Es werden nur selten gerade und schiefe Pyramiden unterschieden.

Das Wort *Kegel* bedeutete im Mittel- und Althochdeutschen Knüppel, Stock, Eiszapfen, Holzfigur im Kegelspiel, uneheliches Kind (mit Kind und Kegel), Pflock und kleiner Pfahl.

Ein Körper heißt gerader Kreiskegel, wenn er begrenzt wird von einer Kreisfläche und einer gekrümmten Fläche, die bei einer Abwicklung in eine Ebene einen Kreissektor ergibt.

Ein gerader Kreiskegel entsteht, wenn ein rechtwinkliges Dreieck um eine seiner Katheten rotiert. Wenn die Spitze eines geraden Kreiskegels parallel zur Grundfläche verschoben wird, entsteht ein schiefer Kreiskegel.

Einen Kreiskegel kann man allgemein in folgender Weise definieren: Ein Kreiskegel entsteht, wenn alle Punkte eines Kreises mit einem Punkt außerhalb der Kreisebene verbunden werden. Der allgemeine Kegelbegriff kann ebenfalls nur genetisch definiert werden: Ein Kegel ist ein Körper, der sich ergibt, wenn eine Kegelfläche von einer Ebene so geschnitten wird, dass die Schnittfigur eine geschlossene Kurve ist. Eine Kegelfläche entsteht, wenn ein Strahl mit dem Anfangspunkt S an einer beliebigen geschlossenen ebenen Kurve entlang gleitet, wobei sich S außerhalb der Ebene der Kurve befindet.

Im Mathematikunterricht werden analog zur Sprechweise bei geraden Kreiszylindern auch bei geraden Kreiskegeln meist die Zusätze „gerade“ und „Kreis“ weggelassen. Schiefe Kreiskegel oder Kegel mit einer Grundfläche, die kein Kreis ist, werden sehr selten betrachtet.

Eine *Kugel* ist ein geometrischer Körper, der von einer gleichmäßig gekrümmten Fläche begrenzt wird, die alle Punkte enthält, die von einem festen Punkt im Raum den gleichen Abstand haben. Diese Fläche lässt sich nicht in eine Ebene abwickeln.

Eine Kugel entsteht, wenn ein Kreis um einen seiner Durchmesser rotiert.

2. Weitere Bedeutungen, die Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff haben

Pyramide:

(1) Pyramidenförmiger monumentaler Grab- oder Tempelbau (ägyptische Pyramiden)

(2) Pyramidenförmiges Gebilde (eine Pyramide aus Konservendosen)

Kegel:

(1) Kegelförmiges Gebilde (Vulkankegel, Lichtkegel, Kegelbecher, Leitkegel)

(2) Figur im Kegelspiel (Kegel aufstellen)

Die Objekte zur Bedeutung (1) können auch die Form eines Kegelstumpfes haben. Das Wort Kegel in der Bedeutung (2) hat nur sehr wenige Gemeinsamkeiten mit dem mathematischen Begriff, es handelt sich ebenfalls um Rotationskörper mit einer Grundfläche und der Querschnitt nimmt von der Grundfläche aus im Mittel ab.

Kugel:
Die Bezeichnung Kugel wird außerhalb der Mathematik auch für ein bestimmtes Geschoss (Gewehrkugel, Kanonenkugel) verwendet. Diese Geschosse müssen nicht immer die Form einer Kugel haben.

3. Probleme und Anwendungen

Die Unterteilung in gerade und schiefe Pyramiden ist weder eindeutig, noch erfasst sie alle Fälle. Eine dreiseitige Pyramide, bei der ein Eckpunkt über dem Umkreismittelpunkt der gegenüberliegenden Fläche liegt und bei der für mindestens einen Eckpunkt dies nicht zutrifft, kann je nach Wahl der Grundfläche einmal als gerade und einmal als schief bezeichnet werden. Eine Pyramide, deren Grundfläche keinen Mittelpunkt hat, ist weder gerade noch schief.

Ein schiefer Kreiskegel kann analog zum schiefen Kreiszylinder nicht über die Art der Begrenzungsflächen definiert werden.

In Anwendungssituationen treten meist nur Objekte auf, die die Form gerader Pyramiden mit quadratischer bzw. rechteckiger Grundfläche oder die Form gerader Kreiskegel haben, wobei Kreiskegel und Kreiskegelstümpfe häufiger als Pyramiden oder Pyramidenstümpfe vorkommen. Andere gerade Pyramiden und erst recht schiefe Pyramiden oder Kegel findet man nur sehr selten. Auf die Betrachtung schiefer Pyramiden und Kegel sollte man deshalb wie auch auf schiefe Prismen und Zylinder im Mathematikunterricht weitgehend verzichten. Um Aufgaben zur Darstellung von Pyramiden ohne die Wörter gerade und schief zu formulieren, kann man vereinbaren, dass die Spitze bei einer Pyramide mit einem Viereck als Grundfläche immer über dem Schnittpunkt der Diagonalen liegen soll.

Außer Bällen haben nur wenige Objekte die Form einer Kugel.

Von den möglichen Körperberechnungen sind nur die Volumenrechnungen von Pyramiden und Kegeln, auf die auch die Berechnungen von Stümpfen zurückgeführt werden können, von Bedeutung. Die Berechnung der Grundfläche von Pyramiden gehört für Dreiecke, Quadrate und Rechtecke und der Grundfläche von Kegeln zum sicheren Wissen und Können in der ebenen Geometrie.

4. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Die Schüler sollten die Wörter Pyramide, Kegel und Kugel in folgenden Bedeutungen sicher kennen. Eine Pyramide ist in der Mathematik ein Körper, der als Grundfläche ein Dreieck, ein Viereck, ein Fünfeck usw. und als Seitenflächen Dreiecke hat. Unter einem Kegel in der Mathematik sollten sie einen geraden Kreiskegel verstehen. Zum Begriff Kugel sollten sie wissen, dass es sich um eine gekrümmte Fläche handelt, deren Punkte vom Mittelpunkt der Kugel alle den gleichen Abstand haben. Sie sollten auch die Rotationseigenschaften von Kegel und Kugel sicher kennen. Weiterhin sollten sie die Volumenformel für Pyramiden und Kegel sicher anwenden können.

3.6 Zur Struktur der Aufgabensammlung

Die Aufgaben wurden entsprechend der Entwicklung des geometrischen Könnens der Schüler im Unterricht vom Inhalt und Niveau her den Klassenstufen 5/6, 7/8 und 9/10 zugeordnet. Die sichere Beherrschung der Anforderungen dieser Aufgaben sollte dabei spätestens am Ende der jeweiligen Doppeljahrgangstufe erreicht werden.
Die Aufgabensammlungen wurden jeweils nach folgenden Typen von Anforderungen gegliedert.

1. Allgemeine Merkmale von Körpern vergleichen und beschreiben

Die Körper werden in der Regel als Schrägbilder und in wenigen Fällen durch eine verbale Beschreibung gegeben.

Die Schüler sollen:
- die Anzahl der Kanten, Ecken und Begrenzungsflächen angeben
- die Existenz einer Spitze erkennen
- die Bezeichnung bzw. die Art der Begrenzungsflächen (gekrümmt oder eben) angeben
- Kantenlängen bei Kantenmodellen berechnen
- Begrenzungsflächen identifizieren
- Grund- bzw. Deckflächen erkennen (nur bei Zylinder, Prisma, Pyramide und Kegel),
- Körper bezüglich selbst gewählter Eigenschaften vergleichen

2. Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

Die Objekte werden gegeben durch Schrägbilder, Zeichnungen ebener Figuren, Vollkörperdarstellungen, verbale Beschreibungen oder Zweitafelbilder.

Die Schüler sollen
- die gegebenen Körper benennen
- Körper und ebene Figuren unterscheiden
- Körper benennen bzw. beschreiben, die durch Zusammensetzen von bis zu vier Würfeln entstehen
- Körper benennen bzw. beschreiben, die durch Schnitt eines Würfels, Zylinders parallel bzw. senkrecht zu einer Begrenzungsfläche entstehen können

– Körper benennen bzw. beschreiben, die durch Rotation entstehen
– Netze von Zylindern und Kegeln identifizieren

3. Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

Die Objekte werden verbal gegeben durch grafische bzw. fotografische Darstellungen.

Die Schüler sollen
– die Grundform der Objekte durch mathematischen Begriff beschreiben
– Gegenstände angeben, die eine bestimmte Form haben
– Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Form von realen Gegenstände angeben
– Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Form von realen Gegenständen und dem mathematischen Begriff angegeben

4. Ermitteln von Rauminhalten

Die inner- oder außermathematischen Objekte werden als Schrägbilder, grafische bzw. fotografische Darstellungen oder durch eine verbale Beschreibung gegeben.

Die Schüler sollen
– zwischen der Bestimmung des Volumens und des Inhalts aller oder einiger Begrenzungsflächen bei inner- und außermathematischen Aufgabenstellungen unterscheiden
– das Volumen von Würfeln, Quadern und Kegeln berechnen
– zu einem gegebenen Volumen eines Quaders mögliche Kantenlängen angeben
– Volumenformeln für Quader, Zylinder, Kegel und Pyramiden identifizieren
– Maße an Körpern identifizieren, die zur Volumenberechnung geeignet sind
– das Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen, deren Grundfläche ein Rechteck oder Dreieck ist
– das Volumen von Körpern berechnen, die aus maximal 2 elementaren Körpern zusammengesetzt sind oder durch maximal 2 Körper zu einem elementaren Körper ergänzt werden können.

4 Sicheres Wissen und Können zur Körperdarstellung und sichere Fähigkeiten zur räumlichen Wahrnehmung und räumlichen Vorstellung

4.1 Allgemeine Begriffe und Verfahren zur Darstellung von Körpern

Projektion und Axonometrie

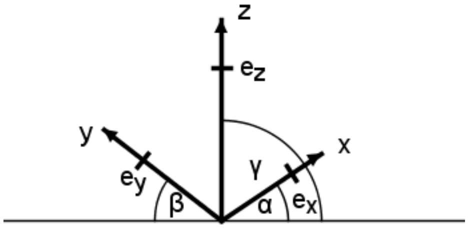
Bedeutung und Verwendung der Begriffe und Verfahren in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Projektion und Axonometrie sind zwei verschiedene Zugänge zur Darstellung von Körpern. Die *Projektion* ist eine Abbildung von Körpern in eine Ebene. Die Klassifizierung der Projektionsarten ergibt sich aus dem Verlauf der Projektionsgeraden. Man unterscheidet zwei Arten, die *Zentralprojektion*, bei der alle Projektionsgeraden durch einen Punkt gehen, und die *Parallelprojektion*, bei der alle Projektionsgeraden parallel zueinander sind. Bei der Parallelprojektion unterscheidet man weiterhin je nach dem Einfallswinkel der Projektionsgeraden auf die Ebene die *schräge Parallelprojektion* und die *senkrechte Parallelprojektion*, die auch als *Normalprojektion* bezeichnet wird. Das Bild bei einer Projektion entspricht einem Schattenbild eines Kantenmodells des Körpers.
In der *Darstellenden Geometrie* werden Verfahren zur zeichnerischen Darstellung von Geraden, Ebenen, Körpern, Körperschnitten und Durchdringungen entwickelt und die *Projektive Geometrie* stellt analytischen Methoden für diese und andere Darstellungen bereit.

Beim Verfahren der *Axonometrie* wird ein geeignetes rechtwinkliges Koordinatensystem (räumliches Dreibein) in den Körper gelegt und es wird durch eine Vorschrift angeben, wie dieses Koordinatensystem in der Ebene darzustellen ist. Aus den Koordinaten der Punkte im

Raum ergeben sich dann ihre Bilder in der Ebene. Es gibt folgende Vorschriften, die durch die Verhältnisse der Maßstäbe auf den Achsen und die Winkel der Achsen mit einer horizontalen Linie gekennzeichnet und die durch DIN-Normen festgelegt sind.

Vorschrift	$e_x : e_y : e_z$	α	β	γ
Isometrie	1 : 1 : 1	30°	30°	90°
Dimetrie	0,5 : 1 : 1	42°	7°	90°
Kabinett-Projektion	0,5 : 1 : 1	45°	0°	90°
Kavalier-Projektion	1 : 1 : 1	45°	0°	90°



Aus der Tabelle ist zu erkennen, dass die Bezeichnung Kavalierprojektion in der Schule und in der Technik unterschiedlich verwendet wird. Die in der Schule verwendetet Vorschrift für Schrägbildzeichnungen entspricht der Kabinett-Projektion im Technischen Zeichnen.
Den Zusammenhang zwischen beiden Zugängen vermittelt der Satz von Pohlke[3], nach dem sich zu jeder beliebigen axonometrischen Darstellung eines Körpers eine Parallelprojektion bestimmen lässt, deren Bild mit der Darstellung übereinstimmt. So entspricht die in der Tabelle angegebene Dimetrie einer Normalprojektion. Es ist also nicht möglich, alleine aus der Existenz „schräger Linien“ in einer räumlichen Darstellung eines Körpers zu entscheiden, ob es sich um eine schräge oder eine senkrechte Parallelprojektion handelt.

Im Mathematikunterricht wurden in den neuen Bundesländern bis 1989 Elemente der Darstellenden Geometrie systematisch behandelt, danach ist dieses Teilgebiet der Mathematik nicht mehr inhaltlicher Bestandteil des Mathematikunterrichts. Die Axonometrie war ein Inhalt des früheren Faches Technisches Zeichnen und ist es z. T. heute im Fach AWT.

Bedeutungen und Verwendungen außerhalb der Mathematik
Unter Projektion versteht man im Alltag die vergrößerte Darstellung eines ebenen Bildes (z. B. einer Folie, eines Dias) mithilfe eines optischen Gerätes (Projektor, Beamer) auf eine Projektionsfläche.
Die Verwendung von Verfahren der Darstellenden Geometrie und Axonometrie hat in der beruflichen Praxis an Bedeutung verloren, da heute räumliche Darstellungen mithilfe informationsverarbeitender Technik (CAD) leicht erzeugt werden können.

Standpunkte zum sicheren Wissen und Können
Zur räumlichen Darstellung von Körpern ist es nicht erforderlich, die Darstellungen als Projektionen im mathematischen Sinne zu erfassen. Kenntnisse zu Projektionen sollten deshalb im Mathematikunterricht nur mit einem geringen Grad der Qualität vermittelt werden und nicht zum sicheren Wissen und Können gehören. Die Schüler sollten mindestens eine Vorschrift zur Anfertigung einer räumlichen Darstellung sicher kennen und anwenden können. Für diese Vorschrift sollte keine spezielle Bezeichnung eingeführt werden.

Bild, Schrägbild, Normalbild, Grundriss, Aufriss, Zweitafelbild, Ansicht, Perspektive

Bedeutung der Begriffe in der Mathematik und im Mathematikunterricht
Ein *Bild* ist allgemein ein Element oder eine Menge, die bei einer Abbildung einem oder mehreren Elementen oder Mengen (Urbildern/Originalen) zugeordnet werden.
Bei einer Projektion ist das Bild eine ebene Figur. Bei einer schrägen Parallelprojektion heißt das entstehende Bild *Schrägbild* und bei einer senkrechten Parallelprojektion *Normalbild*.
Bei einer Zweitafelprojektion als einem speziellen Verfahren der senkrechten Parallelprojektion, bei dem gleichzeitig zwei Projektionsebenen, die sich unter bzw. hinter dem Körper befinden verwendet werden, bezeichnet man die beiden Bilder als *Grundriss* bzw. *Aufriss* und beide zusammen als *Zweitafelbild*.

[3] K. W. Pohlke, 1810 – 1876, Professor für Darstellende Geometrie in Berlin

Da man im Mathematikunterricht fast ausschließlich nur eine Vorschrift entsprechend der Kabinett-Projektion behandelt (die als Kavalierprojektion bezeichnet wird), bedeutet das Wort Schrägbild für die meisten Schüler und auch Lehrer eine ganz bestimmte Art der Darstellung und nicht eine Klasse von möglichen Bildern. Es ist anzunehmen, dass ein kennzeichnendes Merkmal in den Vorstellungen von Schülern und Lehrern zu Schrägbildern die Existenz schräger Kanten ist. Dies ist eine Fehlvorstellung, da auch in Normalbildern schräge Kanten auftreten können (s. o.)
Der Grund- bzw. Aufriss wird im Mathematikunterricht oft als Draufsicht bzw. Vorderansicht bezeichnet. Die Bezeichnung Normalbild wird in der Regel nicht verwendet.
Die Zentralprojektion wird auch als *Perspektive* bezeichnet. Das Bild bei einer Zentralprojektion heißt perspektives oder perspektivisches Bild. Teilweise wird Perspektive auch als Oberbegriff für alle Möglichkeiten zur anschaulichen räumlichen Darstellung von Körpern verwendet. So wird die Kavalierprojektion auch als Kavalierperspektive bezeichnet.

Bedeutungen außerhalb der Mathematik
Ein *Bild* ist eine vorrangig den Gesichtssinn ansprechende Form eines Kunstwerks oder eine optische Reproduktion der Wirklichkeit (Fotographie).
Das Wort *Riss* stammt vom dem Althochdeutsch ritzen = reißen für zeichnen bzw. schreiben ab. Es wird in der Technik für technische Zeichnungen verwendet. Ansonsten haben die Bedeutungen im Alltag keine Gemeinsamkeiten mit der Bedeutung in der Mathematik.
Der Begriff *Grundriss* wird im Alltag und in der Technik für die zeichnerische Darstellung räumlichen Verhältnisse innerhalb eines Gebäudes verwendet. Eine Grundrissdarstellung ist eine zeichnerische Abbildung einer Bodenfläche (Grundriss des Hauses, Grundriss der Wohnung), meist handelt es sich um eine Schnittdarstellung in 1 m Höhe über dem Boden.
In der Technik unterscheidet man 6 Ansichten. Diese werden als Vorderansicht (Ansicht von vorne), Draufsicht (Ansicht von oben), Ansicht von rechts bzw. von links, Ansicht von unten bzw. Ansicht von hinten bezeichnet. Dabei wird der Gegenstand so in einen gedachten Würfel gestellt, dass möglichst viele Flächen parallel zu den Seitenflächen sind. Die senkrechten Projektionen auf die Innenflächen des Würfels ergeben dann die 6 Ansichten.
Mit *Ansicht* bezeichnet man im Alltag die visuelle Wahrnehmung eines Objektes und auch ein Bild des Gesehenen (Stadtansichten, Ansicht des Schlosses). Ein visuell wahrgenommenes Bild entspricht einer Zentralprojektion des Objektes auf die Netzhaut. Beim Ansehen eines Körpers werden alle sichtbaren Strecken in wahrer Länge oder verkürzt wahrgenommen. verlängert erscheinen, was bei einem Schrägbild durchaus der Fall sein kann, wenn die Projektionsgeraden einen sehr kleinen Winkel mit der Projektionsebene bilden. Alle Normalbilder entsprechen bestimmten Ansichten im visuellen Sinne.
Bei einer vorgestellten Ansicht (im Sinne einer visuellen Wahrnehmung) eines mathematischen Körpers „sieht“ man nur die sichtbaren Kanten, während bei den Bildern von Projektionen auch die nicht sichtbaren Kanten gezeichnet werden. Bei dem Sehen von realen Objekten wird zudem die Oberflächenbeschaffenheit der Begrenzungsflächen wahrgenommen.
Perspektive bedeutet im Alltag ein bestimmte Betrachtungs- oder Sichtweise und auch speziell eine bestimmte visuelle Sicht auf einen Gegenstand (ein Objekt aus einer anderen Perspektive fotografieren).

Standpunkte zum sicheren Wissen und Können
Wegen dem meist eingeengten Verständnis des Wortes „Schrägbild“ und der schwierigen Unterscheidung von Bildern bei schrägen und senkrechten Projektionen, sollte das Wort „Schrägbild“ nicht zum sicheren Wissen und Können gehören. Es wird als ausreichend angesehen, nur vor einer „räumlichen Darstellung“ eines Körpers zu sprechen. Darunter sollten alle Bilder bei Projektionen verstanden werden, die zu anschaulichen Darstellungen führen, also alle Kanten enthalten und einer bestimmten Sicht auf den Körper entsprechen.
Die Schüler sollten sicher wissen, dass es 6 Ansichten eines Körpers gibt, die einer senkrechten Sicht aus 6 Richtungen entsprechen, wobei die Begrenzungsflächen des Körpers möglich senkrecht zur Blickrichtung sind. Dadurch entstehen in der Regel keine räumlichen Darstellungen, da Eckpunkte und Kanten zusammenfallen. Sie sollten die Bezeichnungen Ansicht von vorn (Vorderansicht), Ansicht von oben (Draufsicht) und Ansicht von links bzw.

rechts sicher kennen. Die sichere Kenntnis der Wörter Grundriss und Aufriss wird nicht erwartet, da sie in ihrer mathematischen Bedeutung im Alltag eine geringe Rolle spielen.

Verfahren zur Herstellung von räumlichen Darstellungen und Ansichten

Verfahren in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Zur Anfertigung räumlicher Darstellungen sind die Begriffe Breitenrichtung, Höhenrichtung und Tiefenrichtung erforderlich. Sie ergeben sich aus den Bezeichnungen Breite, Höhe und Tiefe für die drei räumlichen Dimensionen.

Räumliche Darstellungen können auf weißem Papier oder auf Papier mit einem quadratischen Gitter (Kästchenpapier) gezeichnet werden. Auf weißem Papier sind alle Winkel und Verkürzungsverhältnisse (q) möglich, auf Kästchenpapier werden nur Gitterpunkte verwendet. Die Verwendung von Kästchenpapier ermöglicht eine Zeiteinsparung bei der Anfertigung der Zeichnungen. Für diese Zeichnungen sollten Vorschriften bereits in der Orientierungsstufe vermittelt werden, bevor Schrägbilder nach dem Standardverfahren auf weißem Papier gezeichnet werden. Es sind verschiedene Vorschriften möglich, die zu Schrägbildern aber auch angenährt zu Normalbildern führen. Folgende Vorschriften für die Darstellung von Tiefenlinien sind für Schrägbilder geeignet. Man geht vom vorderen Endpunkt der Strecke aus.

(3) bei Streckenlängen in Tiefenrichtung von 2 Kästchenlängen: ein Kästchen nach rechts und eins nach oben ($\alpha = 45°$, $q = 0{,}71$)

(4) bei Streckenlängen in Tiefenrichtung von 3 Kästchenlängen: ein Kästchen nach rechts und eins nach oben ($\alpha = 45°$, $q = 0{,}47$)

(5) bei Streckenlängen in Tiefenrichtung von 4 Kästchenlängen: zwei Kästchen nach rechts und eins nach oben ($\alpha = 26{,}6°$, $q = 0{,}56$)

Bei den Verfahren (2) und (3) ergeben sich sehr anschauliche Schrägbilder durch die gute Annäherung an das günstige Verkürzungsverhältnis von 0,5. Beim Verfahren (3) fallen zudem die Bilder der Raumdiagonalen nicht mit denen der Tiefenkanten zusammen.

Das Verfahren (1) führt zu weniger anschaulichen Schrägbildern, es entspricht aber in bestimmter Hinsicht dem Halbieren von Längen in Tiefenrichtung als dem späteren Standardverfahren auf weißem Papier, wobei allerdings beachtet werden muss, dass dabei Kästchen- und Diagonalenlängen ins Verhältnis gesetzt werden.

Bei allen Verfahren können nur Kanten in Tiefenrichtung gewählt werden, die ein Vielfaches von 2, 3 bzw. 4 Kästchenlänge sind.

In Schrägbildern werden die Punkte oft nicht bezeichnet, da dadurch die die Anschaulichkeit insbesondere bei zusammengesetzten Körpers erheblich erschwert würde.

Beim Verfahren zur Herstellung von Zweitafelbildern werden die beiden Bilder durch die Rissachse getrennt. Grundriss und Aufriss jedes Punktes werden bezeichnet und liegen auf Linien (Ordnungslinien) senkrecht zur Rissachse, die dünn gezeichnet werden.

In allen Bildern werden in der Mathematik und oft auch im Mathematikunterricht die Sichtbarkeitsverhältnisse beachtet. Die nicht sichtbaren Kanten werden meist gestrichelt gezeichnet.

Verwendung der Verfahren außerhalb der Mathematik

Bei räumlichen Darstellungen in der Technik oder im Alltag werden die nichtsichtbaren Kanten auch weggelassen und nur dünn gezeichnet. In technischen Zeichnungen von Ansichten werden keine Rissachsen gezeichnet und die Punkte nicht beschriftet.

Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Die Schüler können Schrägbilder von Würfeln, Würfelbauten, Quadern und Pyramiden mit quadratischer oder rechteckiger Grundfläche auf Gitterpapier skizzieren und zeichnen. Sie verwenden dabei eine feste Vorschrift zur Bestimmung des Endpunktes einer Tiefenlinie.

Die Schüler haben folgende Kenntnisse über die Anfertigung räumlicher Darstellungen auf weißem Papier und können diese zum Skizzieren oder Zeichnen von Darstellungen elementarer Körpern und einfachen Zusammensetzungen und Zerlegungen anwenden.

– Die Vorderfläche des Körpers wird in wahrer Größe dargestellt.
– Die nach hinten verlaufenden Kanten werden unter einem Winkel von 45 °nach rechts oder nach links und um die Hälfte verkürzt angetragen.
– Die nicht sichtbaren Kanten werden gestrichelt oder dünn gezeichnet. Sie können auch weggelassen werden.

Die Schüler können Ansichten von oben und von vorne von elementarer Körpern und einfachen Zusammensetzungen und Zerlegungen anfertigen. Sie verwenden dabei die gegebenen Maße. Die nicht sichtbaren Kanten werden gestrichelt gezeichnet. Eine Rissachse muss nicht gezeichnet werden. Die Eckpunkte werden nicht beschriftet.
Bei allen Darstellungen sind die Schüler daran gewöhnt, sich zuerst die betreffende Ansicht des Körpers vorzustellen und dann mit der Skizze oder Zeichnung zu beginnen.

4.2 Zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens

Ergebnisse psychologischer Untersuchungen

Das Raumvorstellungsvermögen hat für viele, insbesondere technische Berufe eine große Bedeutung. Es sollte deshalb ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts in allen Schularten sein, das langfristig und kontinuierlich zu realisieren ist.
Räumliches Vorstellungsvermögen ist die Fähigkeit, mit 2- oder 3-dimensionalen Objekten auf der Vorstellungsebene zu arbeiten. Voraussetzung für die Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens ist die Fähigkeit zur visuell-räumlichen Wahrnehmung.
Eine notwendige Bedingung für die Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens sind praktisch-gegenständliche Handlungen, wie Arbeit mit Körpermodellen, Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern, Herstellen und Falten von Netzen und Papierbögen, Arbeit mit Knete, Orientierungsübungen mit Stadtplänen u. a. Das Hauptproblem der Unterrichtsgestaltung ist dabei die Planung des Wechselverhältnisses von praktisch-gegenständlichen Handlungen und der reinen Arbeit auf der Vorstellungsebene, die der eigentliche Inhalt des Raumvorstellungsvermögens ist. Infolge der unterschiedlichen Voraussetzungen der Schüler müssen Möglichkeiten zur Differenzierung des Anforderungsniveaus geplant werden. Dabei spielt gerade die Zulassung von gegenständlichen oder zeichnerischen Veranschaulichungen beim Lösen der Aufgaben die wichtigste Rolle.
Es gibt zahlreiche psychologische Untersuchungen zur Entwicklung und den Komponenten des Raumvorstellungsvermögens[4]. Diese Forschungen ergaben u. a. folgende Ergebnisse:

– Das Raumvorstellungsvermögen entwickelt sich im Laufe der Schulzeit, wobei die größten Zuwächse zwischen dem 7. und 14. Lebensjahr auftreten. Allerdings ist für diesen Fähigkeitsbereich der Einfluss erblicher Faktoren weitaus größer als bei anderen Bereichen mathematischer Fähigkeiten.
– Viele Aufgaben werden von den Probanden oft auch ohne räumliches Vorstellen nur durch logische Überlegungen gelöst.
– Es gibt mathematisch hochbegabte Schüler, die nur ein geringes räumliches Vorstellungsvermögen haben und alle Aufgaben auf rein logisch-analytischem Wege lösen.
– Bei leistungsschwachen Schülern können durch die Förderung des Raumvorstellungsvermögens Mängel in den verbal-logischen Fähigkeiten kompensiert werden.
– Bei vielen Testaufgaben werden räumliche Darstellungen vorgelegt, die zum Verständnis der Aufgabe erst gelesen werden müssen, was eine anspruchsvolle Tätigkeit ist.

Für diese Untersuchungen wurden von verschiedenen Psychologen jeweils spezielle Testaufgaben entwickelt und in meist kleinen Populationen erprobt. Zur Bestimmung von Komponenten des Raumvorstellungsvermögens wurden die Testergebnisse faktorenanalytisch ausgewertet. Es existieren deshalb viele unterschiedliche Modelle und Begriffsbildungen. Als Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens werden u. a. angegeben:

– Räumliche Wahrnehmung
– Veranschaulichung oder räumliche Visualisierung

[4] als hauptsächliche Quelle wurde verwendet: Maier, Peter H.: Räumliches Vorstellungsvermögen, Donauwörth : Auer Verlag, 1999

– Räumliche Verschiebungen und Faltungen
– Vorstellungsfähigkeit von Rotationen
– Räumliche Beziehungen
– Räumliche Orientierung

Diese Komponenten werden in der Regel durch die verwendeten Testaufgaben erklärt. Eine Analyse der Anforderungen dieser Aufgaben, eine Verallgemeinerung der Aufgabentypen oder eine Angabe allgemeiner psychischer Dispositionen finden meist nicht statt. Die Aufgaben sind für den Unterricht meist nicht geeignet, da sie zu speziellen Testzwecken entwickelt wurden. Eine direkte Übernahme der Komponenten des Raumvorstellungsvermögens aus psychologischen Untersuchungen für die Struktur der Aufgaben erwies sich deshalb als nicht möglich. Es wurde versucht, ausgehend von einer Analyse typischer Anforderungen im Alltag eine Kombination aus üblichen Aufgabentypen des Mathematikunterrichts und einigen Komponenten aus psychologischen Untersuchungen vorzunehmen. Dabei wurden die Anforderungen an die Darstellung von Körpern und das räumliche Vorstellungsvermögen in geeigneter Weis kombiniert.

Zur Anlage der Aufgabensammlung und Standpunkte zu sicheren Fähigkeiten in der räumlichen Vorstellung

Zu den verwendeten Körpern und ihrer Darstellung

Als Körperbeispiele wurden nur folgende verwendet:

a) Elementare Körper: Würfel, Quader, gerader Zylinder, gerade Pyramide (maximal sechsseitig), gerader Kreiskegel, Kugel
b) Einfache gerade Prismen, die in der Praxis auftreten und als Ganzes betrachtet werden sollten: dreiseitiges Prisma (Hausdach), Prisma mir trapezförmiger Grundfläche (Graben, Deich)
c) Einfache, aus elementaren Körpern und einfachen Prismen zusammengesetzte bzw. in solche zerlegbare Körper mit möglichst praktischem Bezug: Winkel, Treppenstufe, Haus mit Dach, Stahlträger (T-, U-förmig)

Bei den verwendeten Darstellungen wurde folgendes beachtet:

– Bei Körpern, die nur ebene Begrenzungsflächen haben (z. B. Würfel, Quader, Prismen) sowie bei liegenden Zylindern ist stets eine Fläche (Vorderfläche) parallel zur Projektionsebene.
– Pyramiden und Kegel werden stets stehend auf der Grundfläche dargestellt. Bei Pyramiden ist stets eine Grundkante parallel zur Projektionsebene.
– In den Schrägbildern sind die Kanten bzw. Linien in Breitenrichtung stets parallel zur unteren Kante des Buches bzw. des Zeichenblattes der Schüler.
– Es werden nur schräge Parallelprojektionen betrachtet, bei denen sich eine Verkürzung der Tiefenlinien auf etwa die Hälfte ergibt und bei denen die Bilder der Tiefenlinien einen Winkel von etwa 45° bzw. 135° mit den Bildern der B reitenlinien bilden.

Standpunkte zu sicheren Fähigkeiten im Lesen und Herstellen von räumlichen Darstellungen[5]

Die Schüler können sicher

– sich den durch eine räumliche Darstellung gegebenen Körper vorstellen
– die Blickrichtung identifizieren und durch entsprechendes Nachzeichnen von Kanten realisieren
– sich die wahre Form der verzerrt dargestellten Seitenflächen vorstellen.

[5] Es werden nur die Komponenten angegeben, die das räumliche Vorstellungsvermögen betreffen, da die Standpunkte zur Körperdarstellung bereits unter 4.1 aufgeführt wurden.

– erkennen, welche Kanten des Körpers (wahrscheinlich) gleich lang und welche Flächen (wahrscheinlich) deckungsgleich sind.
– sich räumliche Darstellungen zu gegeben Grundrissen und Zweitafelbildern[6] vorstellen um sie zu zeichnen oder zu skizzieren.

Standpunkte zu sicheren Fähigkeiten im Lesen und Herstellen von Ansichten
Die Schüler können sicher

– zu einer gegebenen räumlichen Darstellung eines Körpers seine Ansicht von oben, von vorn oder von einer Seite identifizieren, vervollständigen, skizzieren oder zeichnen
– Ansichten von zwei zusammengesetzten Quadern skizzieren
– eine zweite Ansicht zu einer gegebenen Ansicht eines elementaren Körpers skizzieren

Standpunkte zu sicheren Fähigkeiten im Arbeiten mit Körpernetzen und Faltungen
Die Schüler können sicher

– einfache Würfelnetze identifizieren, vervollständigen oder zeichnen
– gegenüberliegende Flächen in Würfel- und Quadernetzen identifizieren
– Netze als Körpernetze identifizieren (nur Quader, Pyramiden, Kegel, dreiseitige Prismen)
– die Form eines einmal gefalteten und dann höchstens dreimal ausgeschnittenen Papierbogens nach dem Auseinanderfalten skizzieren

Standpunkte zu sicheren Fähigkeiten im Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern
Die Schüler können sicher

– einfache Würfelbauten in der Vorstellung zu Quadern vervollständigen
– zwei zusammengehörende Teile eines Würfels oder Quaders erkennen
– gefärbte Würfel oder Quader in Gedanken in Teilwürfel zerlegen und die Anzahl bestimmter Arten von Teilwürfel bestimmen

Standpunkte zu sicheren Fähigkeiten im Erkennen und Herstellen von Rotationen
Die Schüler können sicher

– eine Drehung eines Würfels um eine Achse identifizieren und realisieren
– einen Würfel zweimal kippen und die oben liegende Augenzahl bestimmen
– verschiedenen durch Rotation entstandenen Lagen eines Körper, der aus zwei elementaren Körpern zusammengesetzt ist, identifizieren und realisieren

Standpunkte zu sicheren Fähigkeiten in der räumlichen Orientierung
Die Schüler können sicher

– die rechte und linke Seite von bis zu zwei kreuzenden Straße identifizieren
– sich zu einer gegebenen Draufsicht oder Vorderansicht von bis zu drei elementaren Körpern die jeweils andere Ansicht vorstellen und skizzieren
– Zuordnungen bestimmen zwischen der Darstellung eines Objektes, eines Geländes oder eines Raumes auf einer Zeichnung oder Fotografie auch einer Sicht von oben und einer Sicht von vorn

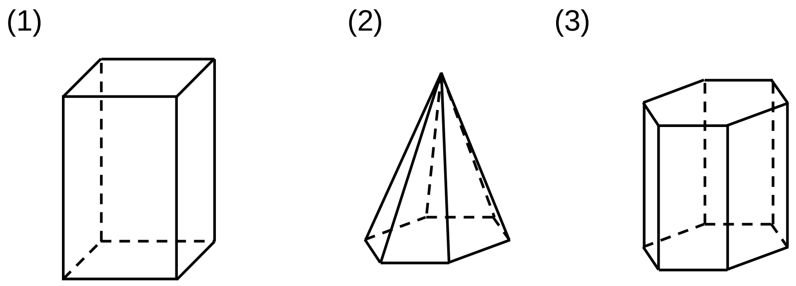
[6] Dazu müssen sichere Fähigkeiten im Lesen von Ansichten vorhanden sein, zu denen die Aufgaben erst im nächsten Abschnitt der Aufgabensammlung enthalten sind.

5 Aufgaben zu Merkmalen und Eigenschaften von Körpern

5.1 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 6

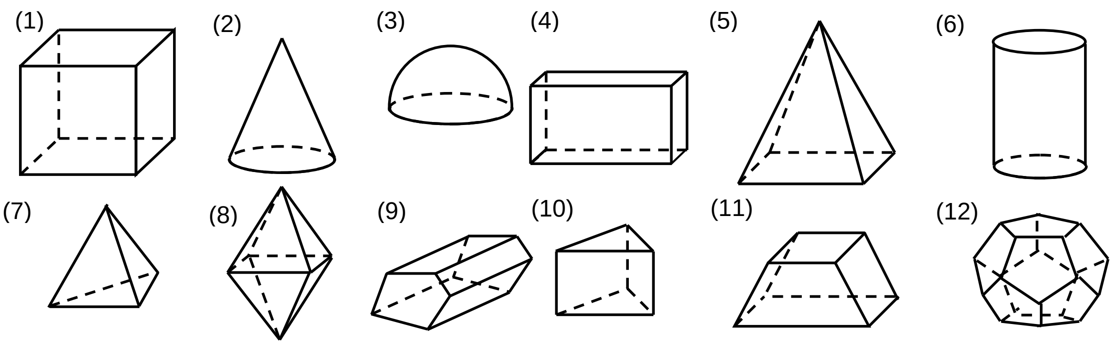
5.1.1 Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben

1. Die folgenden Zeichnungen zeigen Körper. Fülle die Tabelle aus.



	(1)	(2)	(3)
Anzahl der Kanten			
Anzahl der Ecken und Spitzen (wenn vorhanden)			
Anzahl der Begrenzungs-flächen			

2. Im Bild sind 12 Körper dargestellt.



Vervollständige die Sätze durch Angabe der Nummer der Körper.

a) Die Körper______________________ werden nur durch ebene Flächen begrenzt.

b) Die Körper______________________ haben 8 Ecken.

c) Die Körper______________________ haben 12 Kanten.

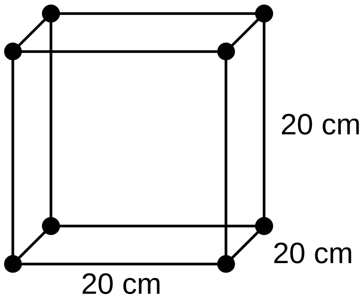
d) Die Körper________________ haben 5 Begrenzungsflächen.

e) Die Körper ___________ haben mindestens eine Spitze.

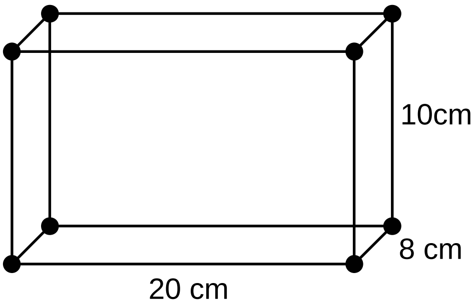
f) Die Körper ___________ werden auch durch gekrümmte Flächen begrenzt.

3. Paul möchte aus Draht Kantenmodelle basteln. Wie viel Draht braucht er jeweils für die Modelle?

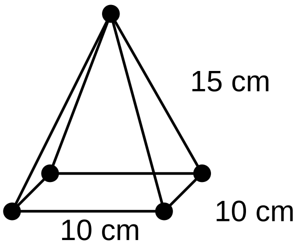
a)



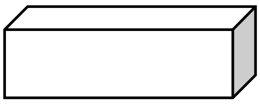
b)

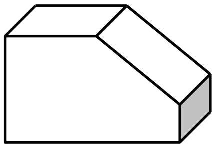


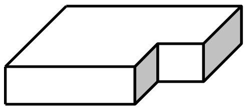
c)

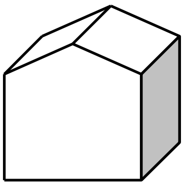


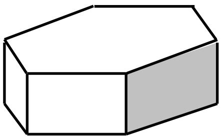
4. Fülle die Tabelle aus.

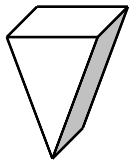
(1) 

(2) 

(3) 

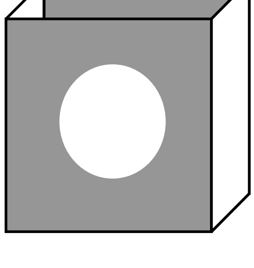
(4) 

(5) 

(6) 

Körper	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Anzahl der Begrenzungsflächen						
Anzahl der Ecken						
Anzahl der Kanten						

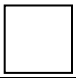
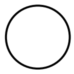
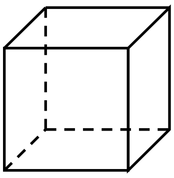
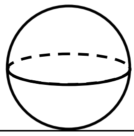
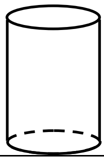
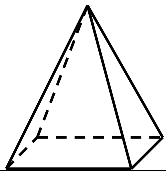
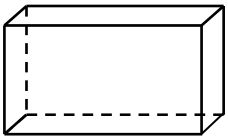
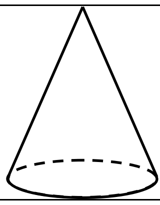
5. Caren will aus einem Draht das Gerüst für einen Lampion herstellen. Die Grundfläche soll dabei ein Quadrat mit den Seitenlängen 10 cm sein.



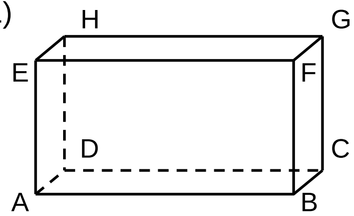
a) Wie viel Draht braucht sie mindestens für einen 15 cm hohen Lampion?

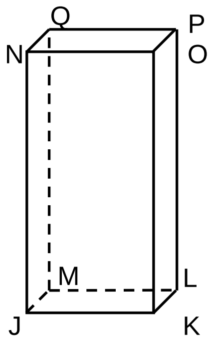
b) Wie hoch kann sie ihn höchstens machen, wenn sie 1,60 m Draht hat?

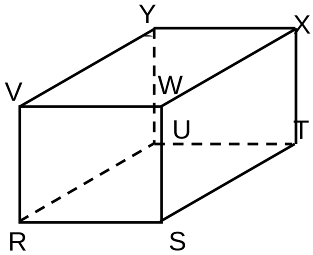
6. Begrenzen die angegebenen Flächen die Körper? Entscheide mit ja oder nein.

				
a) 				
b) 				
c) 				
d) 				
e) 				
f) 				

7. Gib für jeden der Quader jeweils an:
a) alle Kanten, die gleich lang sind,
b) alle Kanten, die zueinander parallel sind,
c) alle Begrenzungsflächen, die kongruent sind,

(1)


(2)


(3)


8. Stelle dir einen Quader vor und bestimme in Gedanken
a) die Anzahl der Ecken
b) die Anzahl Kanten
c) die Anzahl der Begrenzungsflächen.

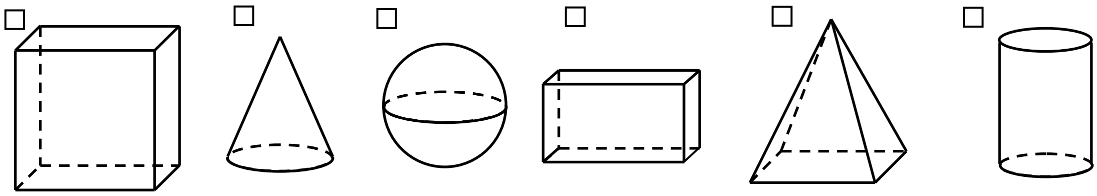
9. Stelle dir vor, dass auf eine Seitenfläche eines Würfels eine Pyramide aufgesetzt wird, deren Grundfläche mit der Seitenfläche des Würfels übereinstimmt.
Bestimme in Gedanken von diesem zusammengesetzten Körper

a) die Anzahl der Begrenzungsflächen _____

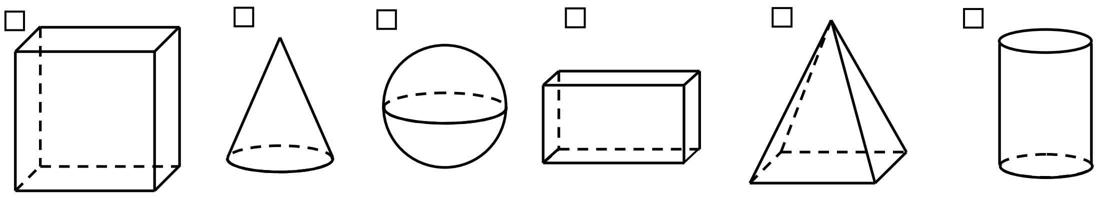
b) die Anzahl der Ecken _____

c) die Anzahl der Kanten _____

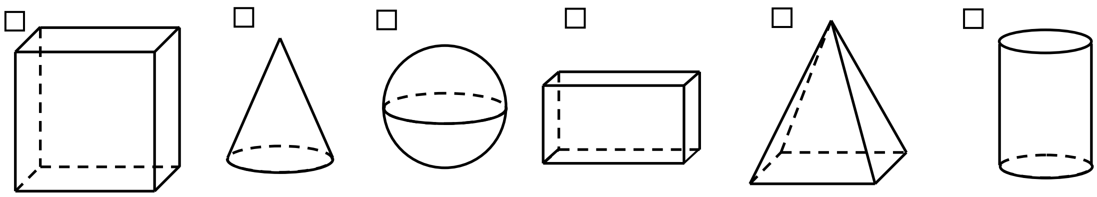
10. Kreuze die Körper an,
a) von denen man mehrere der gleichen Art gut übereinander stapeln kann,



b) die eine Spitze haben,

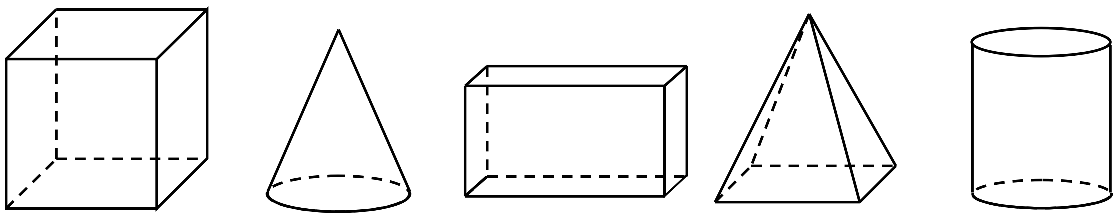


c) die rollen können.



5.1.2 Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

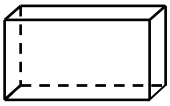
1. Wie heißen die Körper? Verbinde.



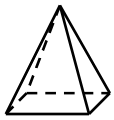
Quader	Zylinder	Pyramide	Kegel	Würfel

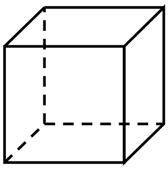
2. In folgenden Zeichnungen sind geometrische Objekte dargestellt. Gib jeweils einen möglichen Namen für die Objekte an.

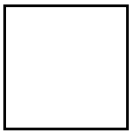
(1)  ______________

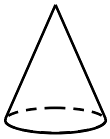
(2)  ______________

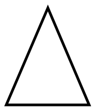
(3)  ______________

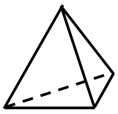
(4)  ______________

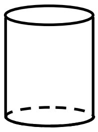
(5)  ______________

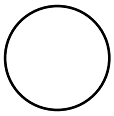
(6)  ______________

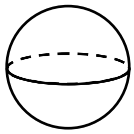
(7)  ______________

(8)  ______________

(9)  ______________

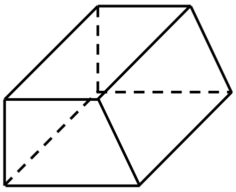
(10)  ______________

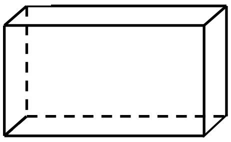
(11)  ______________

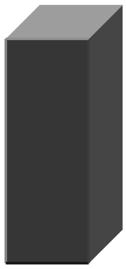
(12)  ______________

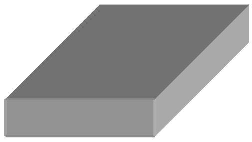
3. a) Gib an, welche der folgenden Zeichnungen einen Würfel darstellen: ______________

b) Gib an, welche der folgenden Zeichnungen einen Quader darstellen: ______________

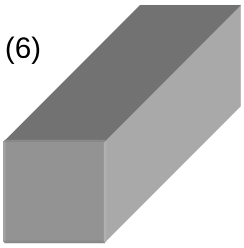
(1) 

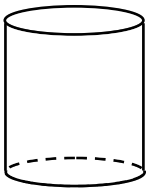
(2) 

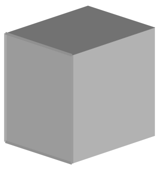
(3) 

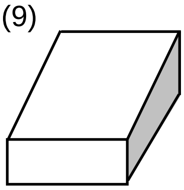
(4) 

(5) 

(6) 

(7) 

(8) 

(9) 

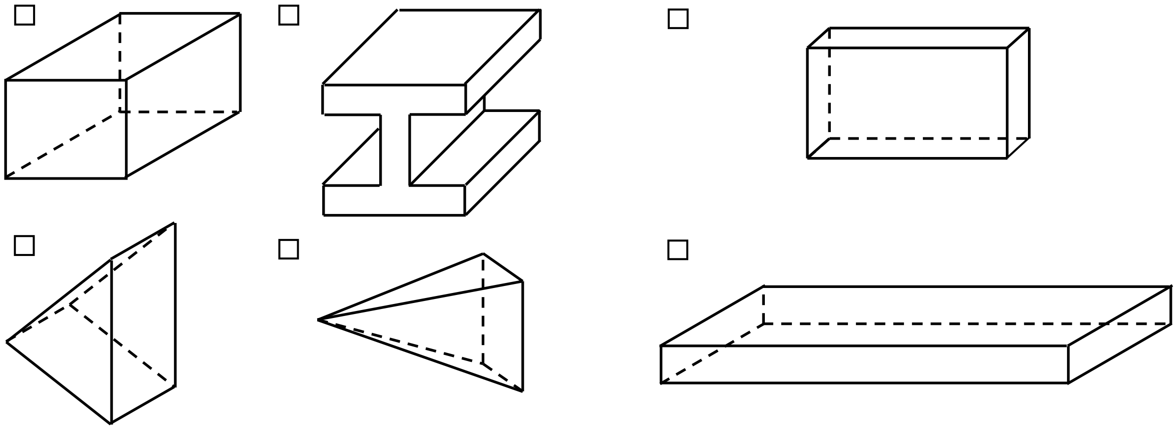
4. Lisa sagt: Ich denke an einen Körper, der sechs ebene Begrenzungsflächen hat. Jeweils zwei davon sind gleich groß.
Erik sagt: Ich denke an einen Körper, der auch sechs ebene Begrenzungsflächen hat, die aber alle gleich groß sind.
An welche Körper denken Lisa bzw. Erik?

Lisa: ______________________

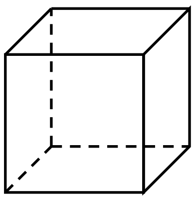
Erik: ______________________

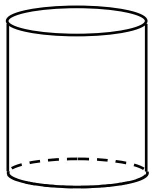
5. Wie viele Würfel werden mindestens benötigt, damit man aus ihnen einen neuen Würfel zusammensetzen kann?

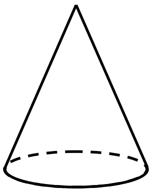
6. Welche Abbildungen stellen einen Quader dar? Kreuze an.

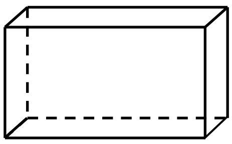


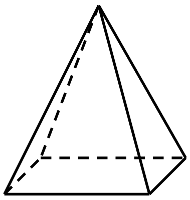
7. Schreibe den Namen der Körper in das Kästchen.

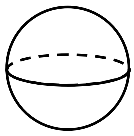
a) 

d) 

b) 

e) 

c) 

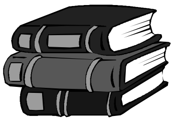
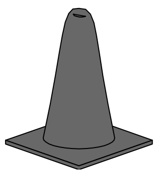
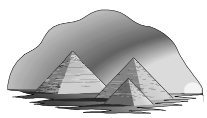
f) 

8. Zwei Würfel werden zusammengesetzt. Welcher Körper entsteht?

9. Ein Würfel wird durch einen Schnitt parallel zu einer Seitenfläche in zwei Körper zerlegt. Welche Körper können dabei entstehen?

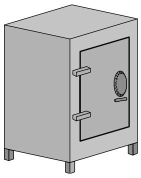
5.1.3 Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

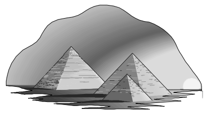
1. Ordne die Gegenstände den geometrischen Grundformen zu. Verbinde.

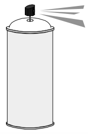
     

Quader Zylinder Pyramide Kegel Würfel Kugel

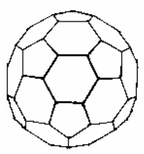
2. Die Formen der Gegenstände unseres Alltags können mit mathematischen Begriffen beschrieben werden.
Ordne den abgebildeten Gegenständen mathematische Begriffe zu!

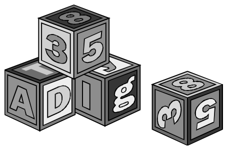
a) 

b) 

c) 

d) 

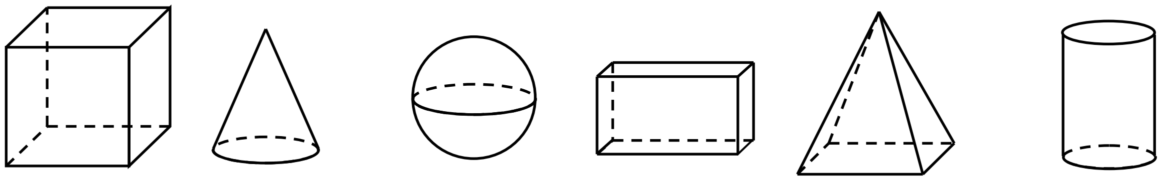
e) 

f) 

3. Beschreibe wenn möglich die Form der folgenden Gegenstände durch einen mathematischen Begriff.

a) Müslipackung	b) DVD-Player	c) Fensterscheibe
d) Farbdose	e) Hochhaus	f) Ziegelstein
g) Tischplatte	h) Handy	i) Dachziegel

4. Bezeichne die Form der abgebildeten Objekte durch einen mathematischen Begriff.

a)


b)

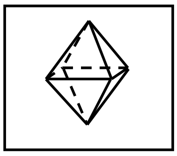

5. Nenne mindestens drei Beispiele für Gegenstände, die die Form eines Quaders haben.

6. Gib eine Gemeinsamkeit und einen Unterschied in der Form folgender Gegenstände an:

a) Streichholzschachtel und Getränkedose
Gemeinsamkeit: ______________________________
Unterschied: ______________________________

b) Spielwürfel und Trinkpäckchen
Gemeinsamkeit: ______________________________
Unterschied: ______________________________

7. Bei einem Gesellschaftsspiel wird zum Würfeln ein Körper verwendet, der acht gleich große, gleichseitige Dreiecke als Seitenflächen hat. Vergleiche diesen Spielwürfel mit einem normalen Würfel. Gib einen Unterschied und eine Gemeinsamkeit an.



5.1.4 Ermitteln von Rauminhalten

1. Muss man bei folgenden Vorhaben ein Volumen oder einen Flächeninhalt berechnen? Kreuze das Richtige an.

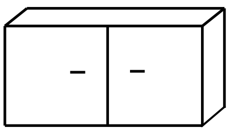
	Volumen	Flächeninhalt
a) Ein Kasten soll gestrichen werden.		
b) Ein Schwimmbecken wird mit Wasser gefüllt.		
c) Ein Schmuckkästchen wird mit Papier beklebt.		
d) Ein Sandkasten wird mit Sand befüllt.		
e) Ein Zimmer soll tapeziert werden.		
f) Die Wand eines Klassenraumes wird gestrichen.		

2. Ein Raum hat ein Volumen von 60 m^3. Gib drei Möglichkeiten für seine Abmessungen an:

	1. Möglichkeit	2. Möglichkeit	3. Möglichkeit
Länge:			
Breite:			
Höhe:			

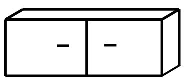
3. Berechne das Volumen der drei Möbelstücke mit der angegebenen Breite (B), Tiefe (T) und Höhe (H). Alle Angaben sind in Zentimetern gegeben.

(1)



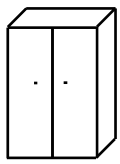
B/T/H: 100/50/60

(2)



B/T/H: 80/50/50

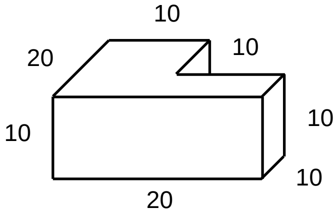
(3)



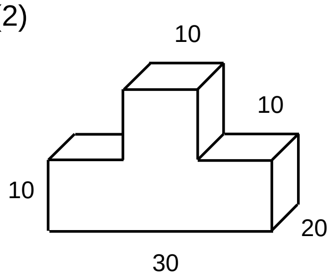
B/T/H: 100/60/200

4. a) Zerlege die Körper in Teilkörper, deren Volumen du berechnen kannst. Skizziere die Zerlegung in den Schrägbildern
b) Berechne das Volumen der Körper. (Angaben in Zentimeter)

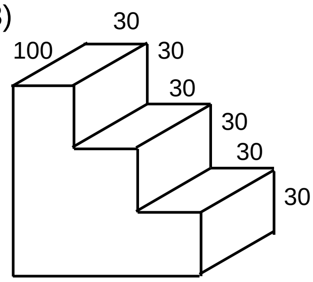
(1)



(2)



(3)



(Die Abbildungen sind nicht maßstäblich.)

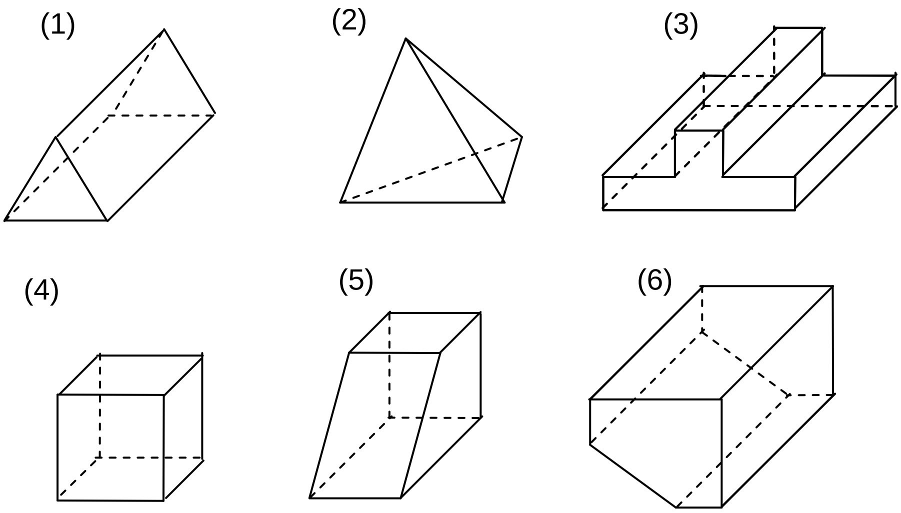
5.2 *Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 8*

5.2.1 Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben

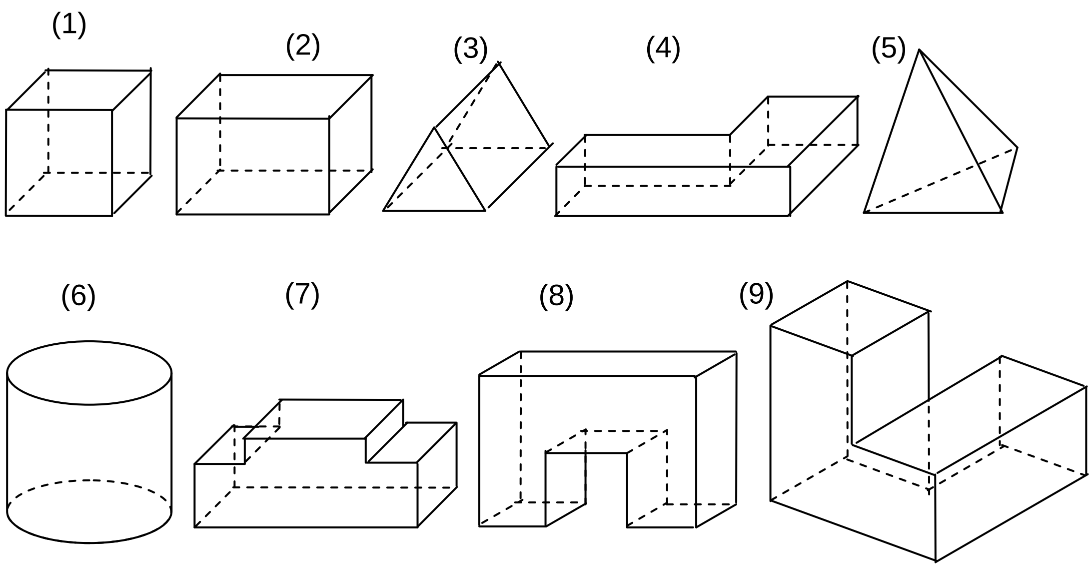
1. a) Untersuche, welche Körper kongruente Grund- und Deckflächen besitzen und markiere bei diesen Körpern jeweils eine der Grund- bzw. Deckflächen.

b) Gib an:
Körper, die auf der Grundfläche stehen: ____________________________

Körper, die auf einer Seitenfläche liegen:____________________________

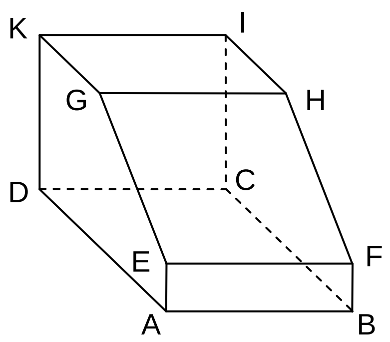


2. Untersuche, bei welchen der folgenden Körper das Volumen mit der Formel $V = A_G \cdot h$ berechnet werden kann. Schraffiere bei diesen Körpern eine Fläche, die als Grundfläche verwendet werden kann und färbe eine Strecke, die eine Höhe des Körpers ist.



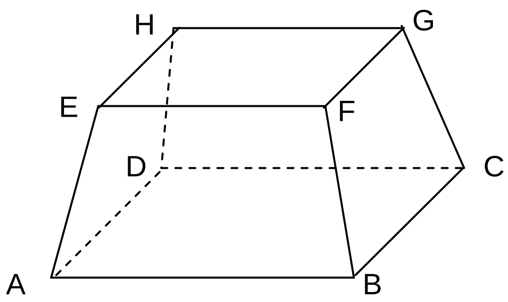
3. Gib mit Hilfe der Eckpunkte alle Begrenzungsflächen und ihre Namen an. Entscheide, ob diese Fläche bei einer Volumenberechnung als Grundflächen (A_G) angesehen werden kann, wenn die Formel $V = A_G \cdot h$ verwendet werden soll. Kreuze an.

(1)



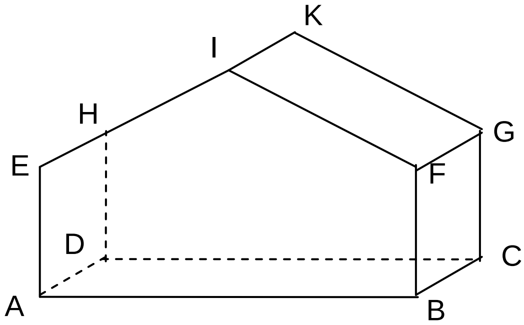
Fläche	Name	A_G
ABFE	Rechteck	

(2)



Fläche	Name	A_G

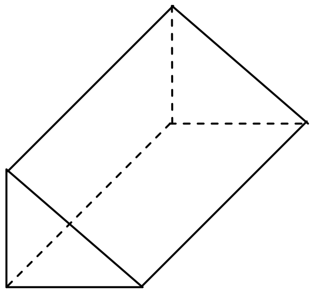
(3)



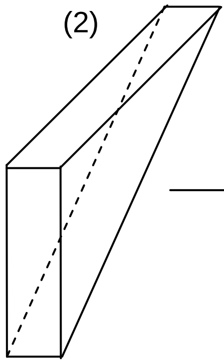
Fläche	Name	A_G

4. Kennzeichne jeweils eine mögliche Grundfläche und eine Höhe der dargestellten Körper.

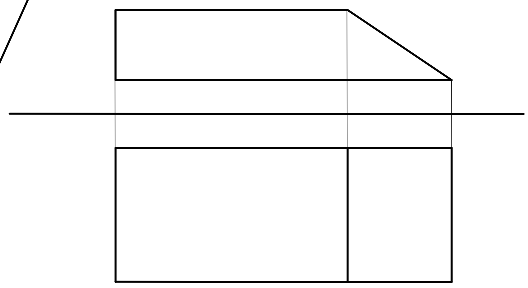
(1)



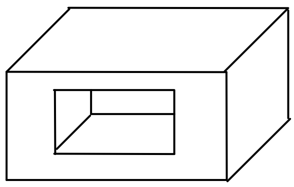
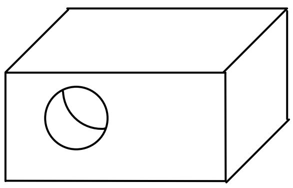
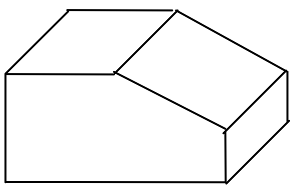
(2)



(3)

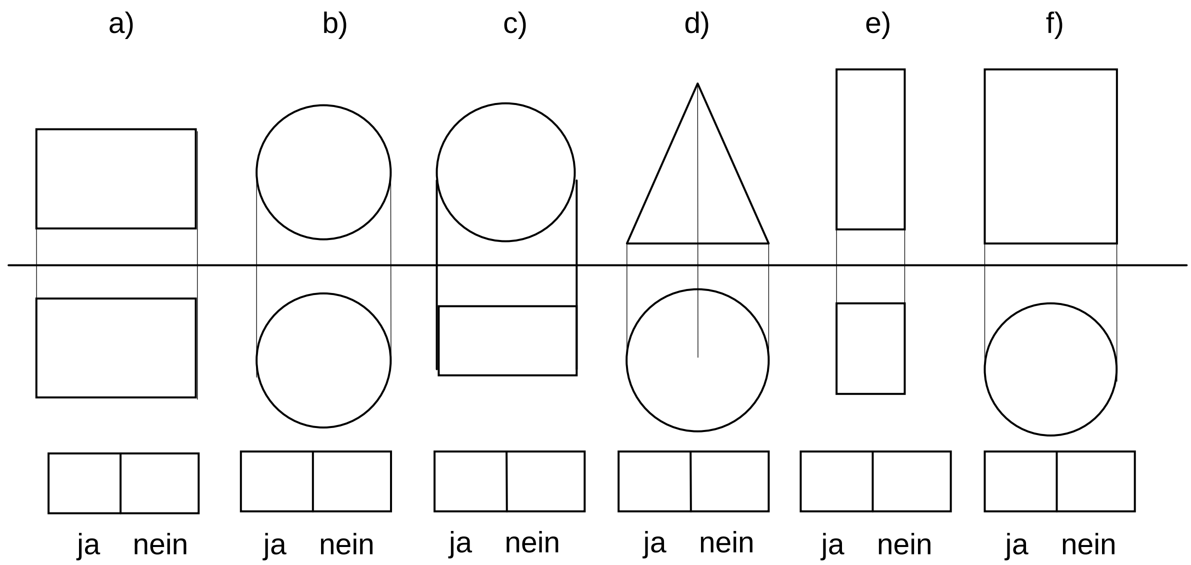


5. Folgende Körper sollen zu einem Quader ergänzt werden.
a) Skizziere die Ergänzungskörper.
b) Benenne die Begrenzungsflächen der Ergänzungskörper und gib ihre Anzahl an.

Körper	Ergänzungskörper	Name der Begrenzungsflächen des Ergänzungskörpers	Anzahl
			
			
			

5.2.2 Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

1. Im folgenden Bild sind Körper in Zweitafelprojektion dargestellt.
Entscheide, ob es sich jeweils um Zylinder handeln kann.



2. Lisa sagt: „Ich denke an einen Körper, der einen Kreis als Grundfläche besitzt.“
Paul sagt: „Ich denke an einen Körper, der rollen kann.“
An welche Körper könnten sie denken?

Lisa:____________________ Paul:____________________

3. Gib an, welche Körper entstehen:

a) Ein Rechteck rotiert um eine seiner Seiten.

____

b) Ein Zylinder wird durch eine Ebene parallel zur Grundfläche geschnitten.

____

c) Ein Zylinder wird durch eine Ebene senkrecht zur Grundfläche geschnitten.
Die Ebene schneidet die Grundfläche in einem Durchmesser.

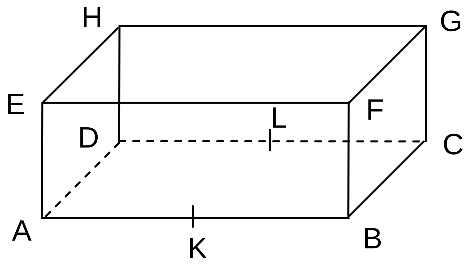
____

4. Ein Quader wird jeweils durch eine Ebene in der angegebenen Weise geschnitten.
a) Zeichne die Schnittebenen ein.
b) Gib mit Hilfe der Eckpunkte eine mögliche Grundfläche für jeden der beiden Körper an.

(1) Ebene durch ABGH

Grundfläche: ____________________

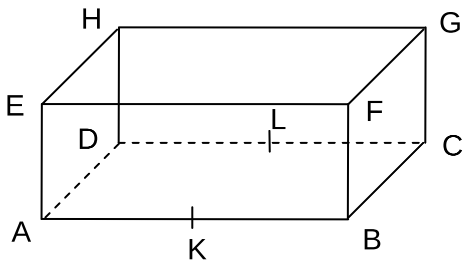
Grundfläche: ____________________



(2) Ebene durch ACGE

Grundfläche: ____________________

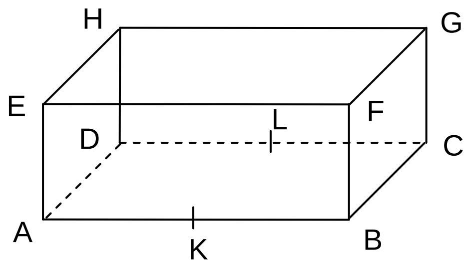
Grundfläche: ____________________



(3) Ebene durch EKLH

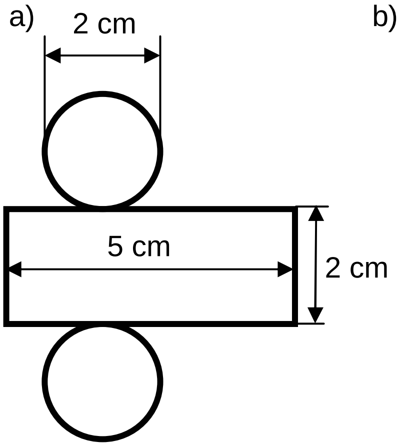
Grundfläche: ____________________

Grundfläche: ____________________



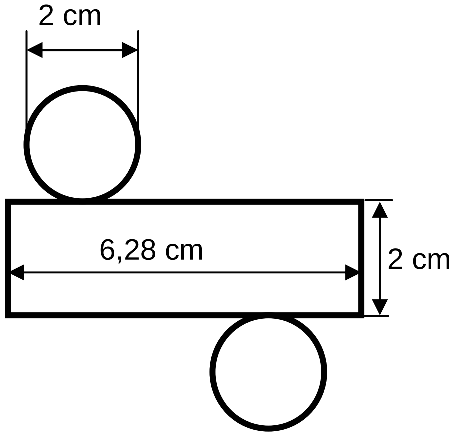
5. Prüfe, ob folgende Zeichnungen Netze von Zylindern sein können.

a)



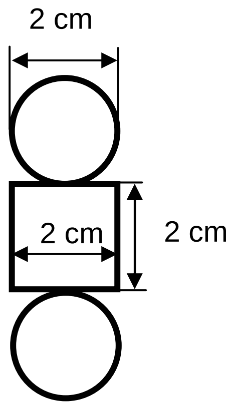
ja	nein

b)



ja	nein

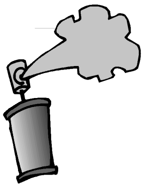
c)

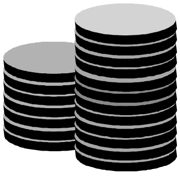


Ja	Nein

5.2.3 Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

1. Gib die Nummern der Gegenstände an, die die Form eines Zylinders haben.






(1) (2) (3) (4) (5) (6)

____

2. Nenne 3 Beispiele für Gegenstände, die eine zylindrische Form haben.

____

3. Vergleiche die Form einer Getränkedose mit der Form eines mathematischen Zylinders. Finde Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

Gemeinsamkeiten: __________________________________

____

Unterschiede: _____________________________________

____

4. Um Bilder an eine gemauerte Wand in seinem Internatszimmer zu hängen, möchte Karsten Löcher in die Wand bohren.

A

B

C

a) Welche Bohrer sind dazu nicht geeignet? ____________

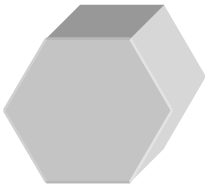
b) Mit welchen mathematischen Körpern kann man die Form des Bohrloches der geeigneten Bohrer vergleichen? _______________________

c) Gib einen Unterschied der Form der Bohrlöcher von dem mathematischen Körper an, den du in b) genannt hast.

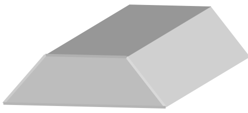
____

____

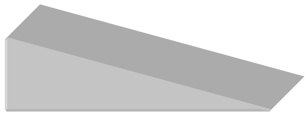
5. Ein gerades Prisma ist in der Mathematik ein Körper, der zwei zueinander parallele und deckungsgleiche Flächen (Grund- und Deckfläche), sowie weiterhin nur Rechtecke als Seitenflächen besitzt. Welche der schematisch dargestellten Gegenstände haben die Form eines Prismas? Schraffiere in diesen Fällen die Grund- bzw. Deckfläche.



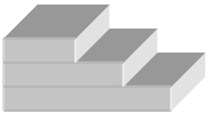
(1) Pralinenschachtel



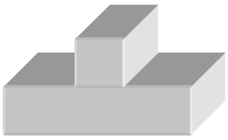
(2) Bahndamm



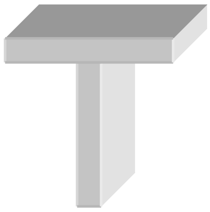
(3) Holzkeil



(4) Treppe

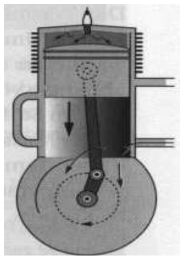


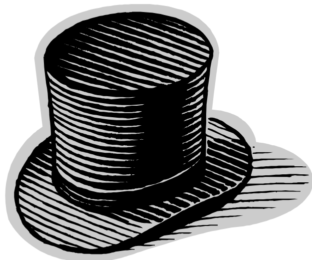
(5) Podest



(6) Stahlträger

6. Mit dem Wort Zylinder wird sowohl ein mathematischer Körper als auch ein Bauteil eines Verbrennungsmotors sowie eine bestimmte Hutform bezeichnet. Gib jeweils eine gemeinsame und eine unterschiedliche Eigenschaft folgender Paare von Objekten an.





	gemeinsame Eigenschaft	unterschiedliche Eigenschaft
Zylinder in der Mathematik und Zylinderhut		
Zylinder in der Mathematik und Zylinder als Teil des Motors		

5.2.4 Ermitteln von Rauminhalten

1. Was muss ich messen, um das Volumen dieser Dose zu ermitteln?
Kennzeichne die Strecken durch Maßpfeile (|◄────────►|)

2. Entscheide jeweils, ob man mit der Formel das Volumen eines Zylinders berechnen kann. Kreuze das Zutreffende an.

a) $V = A_g \cdot h$

ja	nein

b) $V = \pi \cdot h$

ja	nein

c) $V = \pi \cdot d \cdot h$

ja	nein

d) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

ja	nein

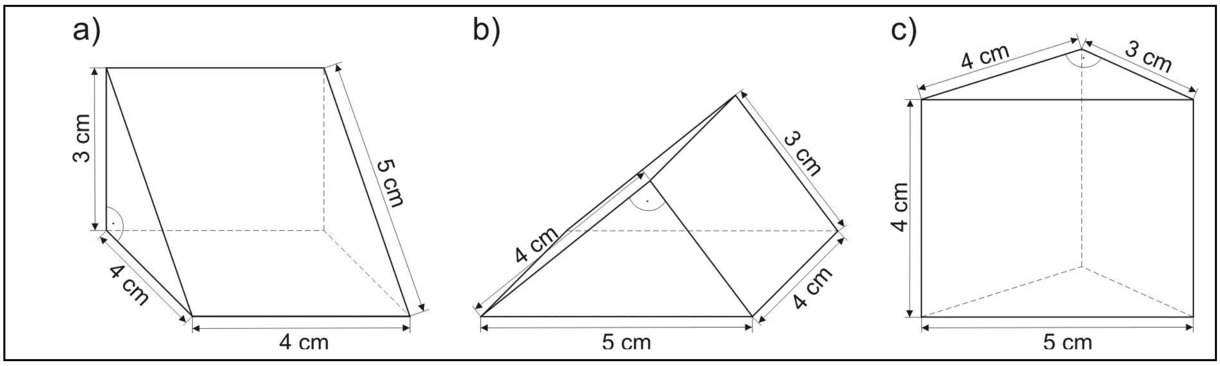
e) $V = \pi \cdot r^3 \cdot h$

ja	nein

f) $V = \pi \cdot h^2$

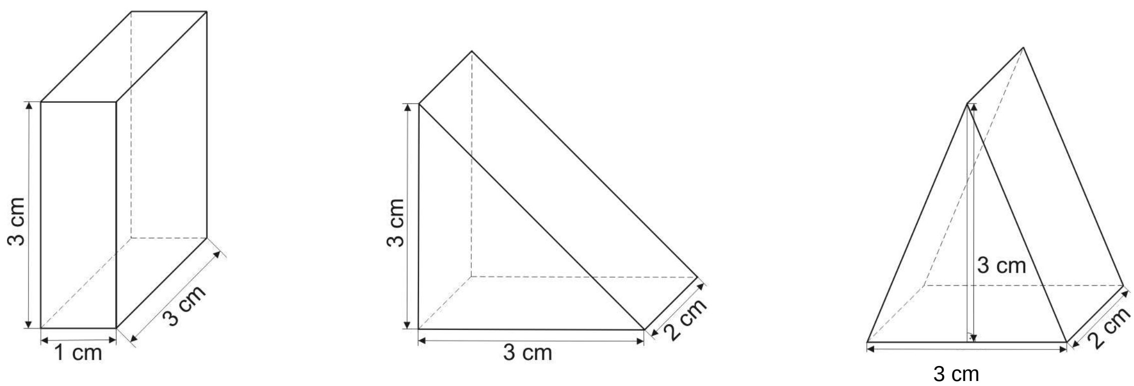
ja	nein

3. Berechne das Volumen der Körper. Gib zunächst eine allgemeine Formeln an, setze



dann die konkreten Werte ein und berechne das Ergebnis.

4. Die folgenden Abbildungen zeigen Schrägbilder dreier Körper.
(1) (2) (3)



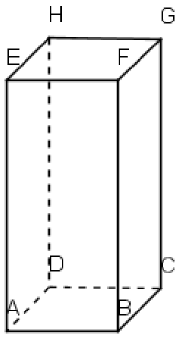
a) Berechne jeweils die Größe einer möglichen Grundfläche.
b) Berechne jeweils das Volumen der Körper.

5.3 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 10

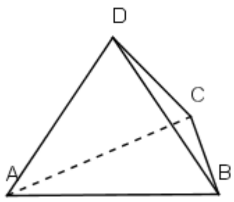
5.3.1 Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben

1. Die folgenden Zeichnungen stellen Körper dar.
   a) Gib mithilfe der Eckpunkte alle Begrenzungsflächen an.
   b) Unterstreiche jeweils alle Begrenzungsflächen, die bei einer Volumenberechnung als Grundfläche gewählt werden können.

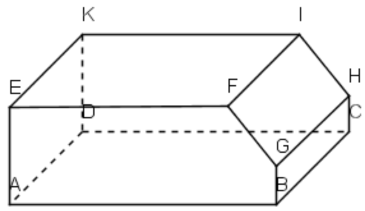
(1)



(2)

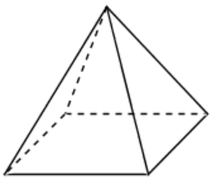


(3)

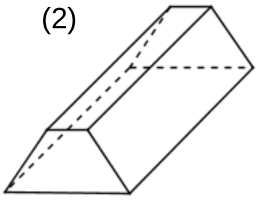


2. Nenne 2 verschiedene Eigenschaften von Körpern, die mindestens zwei der Körper haben. Gib dann die Nummer der Körper an, die diese Eigenschaft haben bzw. nicht haben.

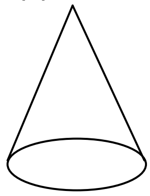
(1)



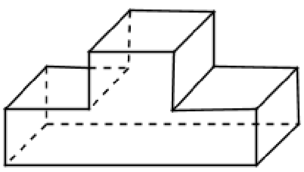
(2)



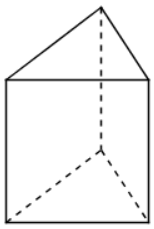
(3)



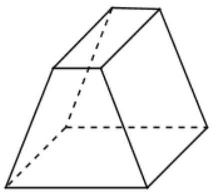
(4)



(5)



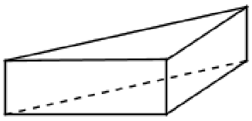
(6)

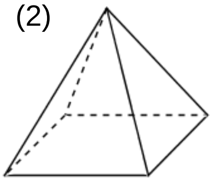


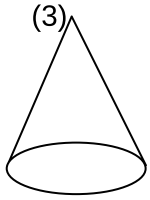
Übertrage die Tabelle ins Heft und fülle sie aus.

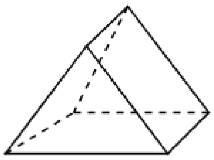
Eigenschaften	Körper, die die Eigenschaften haben	Körper, die die Eigenschaften nicht haben

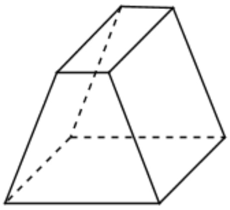
3. Finde mindestens 3 verschiedene Merkmale, die einige der 6 dargestellten Körper gemeinsam haben. Gib das gemeinsame Merkmal und die betreffenden Körper an.

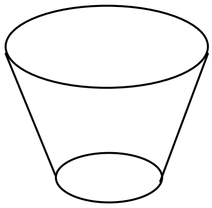
(1)


(2)


(3)


(4)


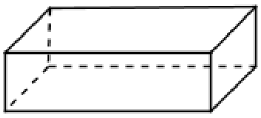
(5)


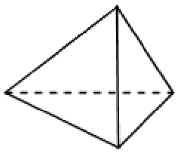
(6)


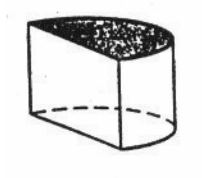
Übertrage die Tabelle ins Heft und fülle sie aus.

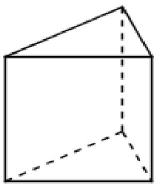
Gemeinsame Eigenschaft	Körper

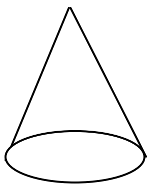
4. Finde zu jedem der 6 Körper eine Eigenschaft, die er mit einem oder mehreren der übrigen Körper gemeinsam hat. Gib die Eigenschaft und die Nummer der Körper an.

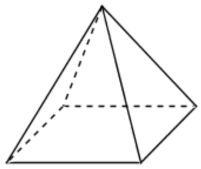
(1)


(2)


(3)


(4)


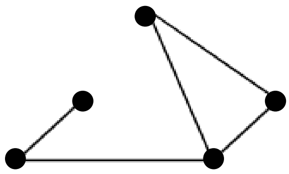
(5)


(6)


Übertrage die Tabelle in dein Heft und fülle sie aus.

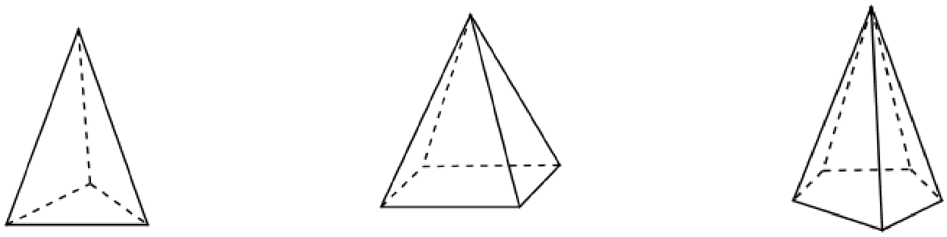
Körper	Eigenschaft	weitere Körper mit dieser Eigenschaft
(1)		
(2)		

5. Chris will mit Strohhalmen und Knetkügelchen eine Pyramide bauen. Wie viele fehlen mindestens noch?



Es fehlen noch _____Strohhalme und _____Knetkügelchen.

6. Fülle die Lücken aus.



(1) (2) (3)

a) Die Körper heißen ________________________.

b) Die Grundfläche des Körpers (1) ist ein _____________. Er hat ____ Kanten und ____ Flächen.

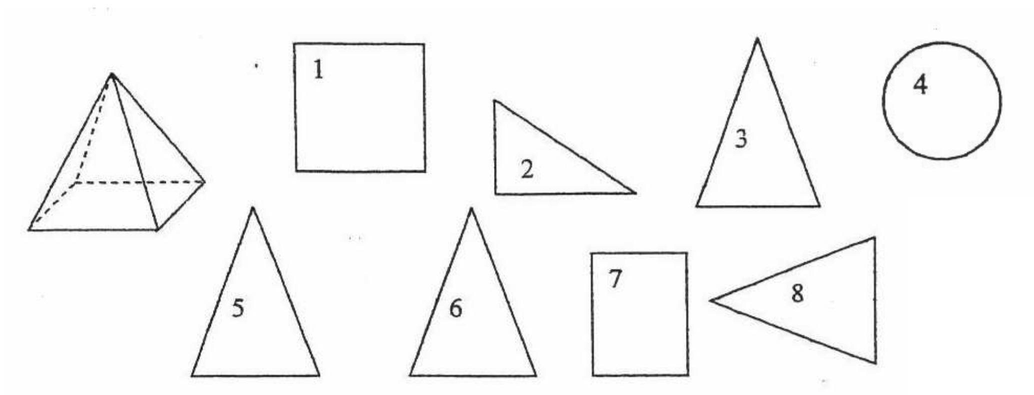
c) Die Grundfläche des Körpers (2) ist ein _____________. Er hat ____ Kanten und ____ Flächen.

d) Die Grundfläche des Körpers (3) ist ein _____________. Er hat ____ Kanten und ____ Flächen.

e) Alle Seitenflächen der Körper sind _______________________.

f) Der Abstand der Spitzen von der Grundfläche heißt ________________.

7. Alle Flächen der dargestellten Pyramide sollen mit Papier beklebt werden. Gib an welche Flächen dazu benutzt werden.

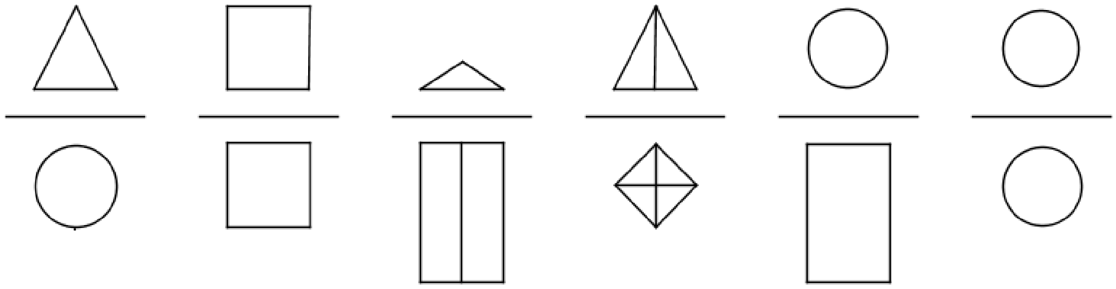


Ich brauche die Flächen ________________________________ .

5.3.2 Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

1. Bei welcher der Zweitafelbilder handelt es sich um einen Kegel, eine Pyramide bzw. eine Kugel?

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

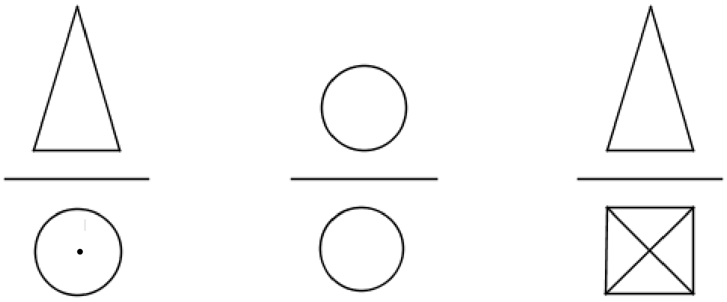


Kegel: ____________ Pyramide: _______________ Kugel: _______________

2. Lisa sagt: „Ich denke an einen Körper. Er hat eine Grundfläche und alle Seitenflächen sind Dreiecke.“
An welchen Körper denkt sie? Sie denkt an ____________________ .

3. In den folgenden Abbildungen sind Körper in Zweitafelprojektion dargestellt. Entscheide, ob es sich jeweils um einen Kegel handeln kann. Kreuze an.

a) b) c)



a)

ja	nein

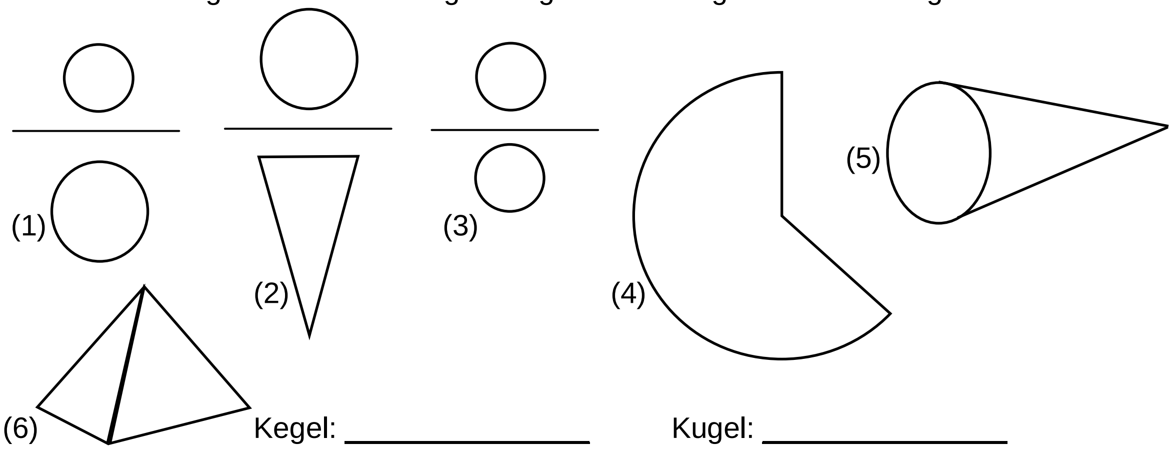
b)

ja	nein

c)

ja	nein

4. Welche der folgenden Darstellungen zeigen einen Kegel bzw. eine Kugel?

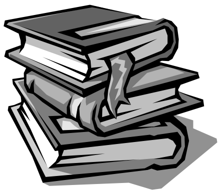


Kegel: _______________ Kugel: _______________

5.3.3 Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

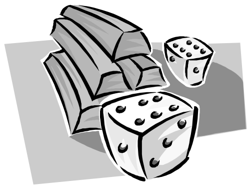
1. Beschreibe die Form folgender Gegenstände annähernd durch geometrische Figuren.

a) Buch

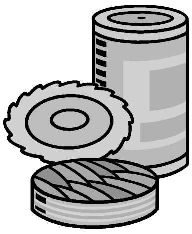


b) Zaunpfostenspitze

c) Spielwürfel



d) Konservendose



e) Musik-CD

f) Eistüte

2. Gib jeweils zwei Gegenstände aus deiner Umgebung an, deren Form durch folgende geometrische Figuren beschrieben werden kann.

a) Würfel	b) Quader	c) Pyramide
d) Kegel	e) Zylinder	f) Kugel

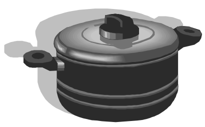
3. Beschreibe die Form der Gegenstände mit mathematischen Begriffen.

a) Ziegelstein	b) Besenstiel	c) Indianerzelt
d) Kirchturm	e) Trichter	f) Globus

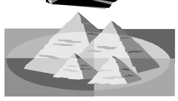
4. Ordne die Gegenstände den geometrischen Grundformen zu.

Quader

Kegel

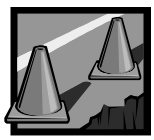


Pyramide



Zylinder

Kugel



5. Durch welche geometrischen Körper kann die Form der folgenden Gegenstände beschrieben werden?

Konservendose	____________	Schultüte	____________
Spraydose	____________	Versandkatalog	____________
Blitzknaller	____________	Korken	____________
Wasserrohr	____________	Turmspitze vom runden Kirchturm	____________
Eistüte	____________	Ziegelstein	____________
Fußball	____________	Zuckerhut	____________
Filmschachtel	____________	CD-Hülle	____________

6. Gib mindestens je zwei Beispiele für Körper an, die in der Mathematik, der Biologie und der Physik untersucht werden.

Körper in der Mathematik	Körper in der Biologie	Körper in der Physik

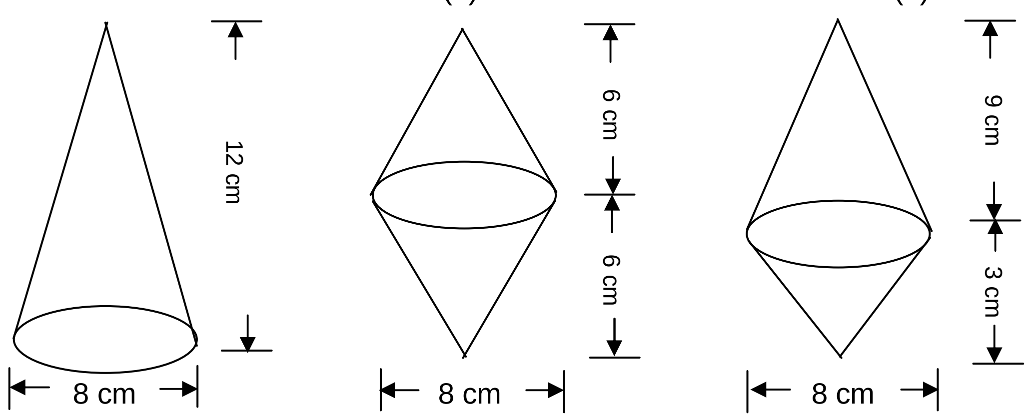
7. Gib ein gemeinsames und ein unterschiedliches Merkmal der folgenden Wörter mit dem Begriff Kegel in der Mathematik an.

a) Lichtkegel   b) Vulkankegel   c) Kegelbahn
d) Leitkegel   e) Kegelrobbe   f) Kegelbecher

5.3.4 Ermitteln von Rauminhalten

1. Vergleiche die Rauminhalte der drei Körper.

(1)   (2)   (3)

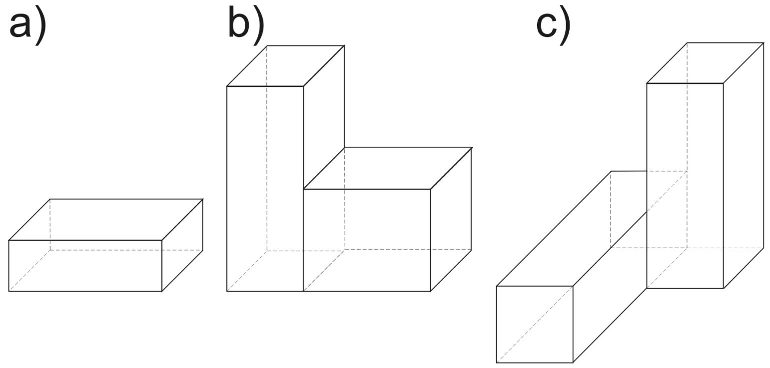


2. Gib an, ob man mit den folgenden Formeln ein Volumen, einen Flächeninhalt oder keins von beiden berechnen kann, wenn a, b, c, r, s und h Strecken sind. Kreuze an.

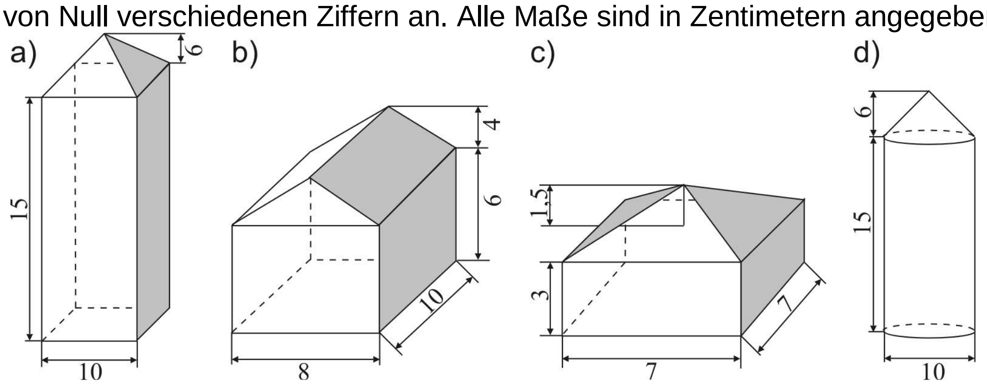
	Formel für eine Größe X	Volumen	Flächeninhalt	keins von beiden
a)	$X = a \cdot b \cdot c$			
b)	$X = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$			
c)	$X = 4\,\pi\, r^2$			
d)	$X = \pi\, r^2\, h$			
e)	$X = \pi\, r^2 \cdot s \cdot h$			
f)	$X = \pi \cdot r \cdot s$			

3. Berechne das Volumen folgender Körper.
a) Pyramide mit quadratischer Grundfläche (a = 4 cm) und der Höhe 6 cm
b) Pyramide, deren Grundfläche ein Rechteck mit den Maßen 4 cm und 6 cm ist und deren Höhe 5 cm beträgt
c) Kegel mit einem Grundkreisradius von 3 cm und einer Höhe von 5 cm

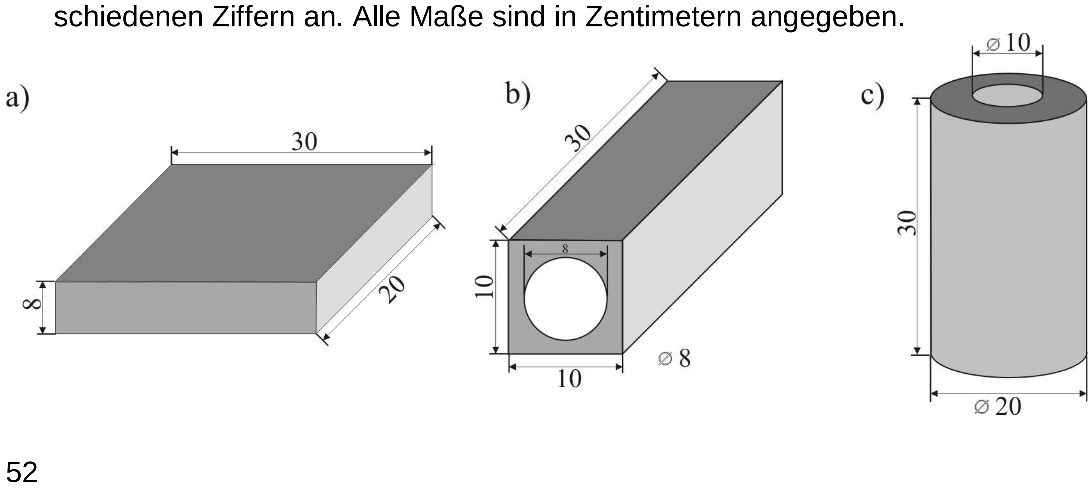
4. Susanne möchte das Volumen folgenden Körper berechnen, die aus Quadern zusammengesetzt sind. Sie möchte möglichst wenig Kantenlängen messen. Markiere jeweils die Kanten, die zur Berechnung des Volumens ausreichen.



5. Berechne das Volumen der Modelle von Häusern bzw. Türmen. Gib das Ergebnis mit zwei von Null verschiedenen Ziffern an. Alle Maße sind in Zentimetern angegeben.



6. Berechne das Volumen folgender Bausteine. Gib das Ergebnis mit zwei von Null verschiedenen Ziffern an. Alle Maße sind in Zentimetern angegeben.



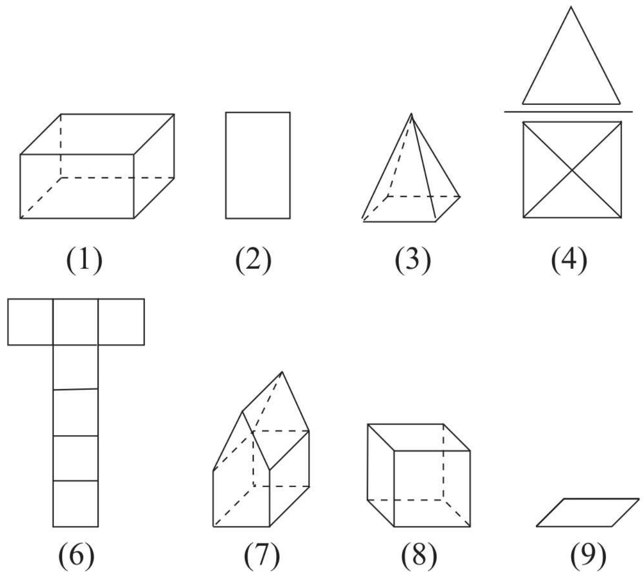
6 Aufgaben zur Körperdarstellung und zum Raumvorstellungsvermögen

6.1 Lesen und Anfertigen räumlicher Darstellungen

1. Untersuche, ob es sich bei den Zeichnungen um räumliche Darstellungen von Körpern handelt und trage die entsprechenden Nummern ein.

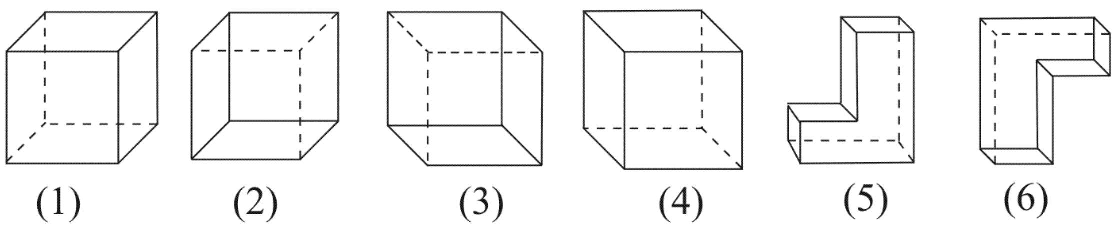
Es ist eine räumliche Darstellung: ______________________________

Es ist <u>keine</u> räumliche Darstellung: ______________________________



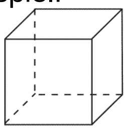
2. Untersuche bei den räumlichen Darstellungen, welcher Blickrichtung auf den Körper sie entsprechen. Trage in die Tabelle die Nummern ein.

Blickrichtung	Darstellungen
schräg von rechts oben	
schräg von links oben	
schräg von rechts unten	
schräg von links unten	



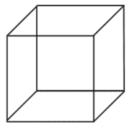
3. Zeichne in den Würfeldarstellungen entsprechend der angegebenen Blickrichtung die sichtbaren Kanten mit durchgehenden Linien und unsichtbare Kanten mit gestrichelten Linien nach.

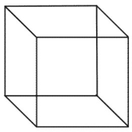
Beispiel:



Würfel von oben rechts betrachtet

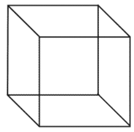
a) Würfel von links unten betrachtet





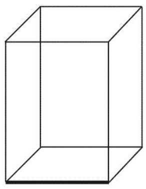
b) Würfel von rechts unten betrachtet

c) Würfel von links oben betrachtet

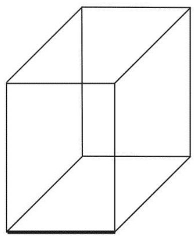


Hinweis: Zeichnungen, wie in den Aufgaben a) bis c) sind so genannte „Kippbilder". Sie erlauben zwei räumliche Deutungen. Wenn man längere Zeit auf die Zeichnung schaut, wechselt die räumliche Vorstellung unwillkürlich zwischen beiden Deutungen.

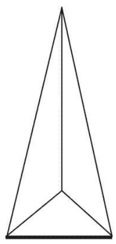
4. In den räumlichen Darstellungen ist eine Kante bereits stark oder gestrichelt gezeichnet. Bestimme die dadurch gegebene Blickrichtung und vervollständige die Darstellungen entsprechend. Zeichne sichtbare Kanten stark, unsichtbare gestrichelt nach.



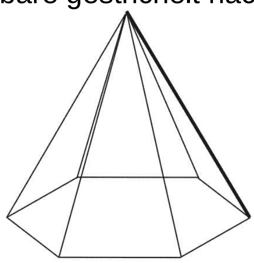
(1)



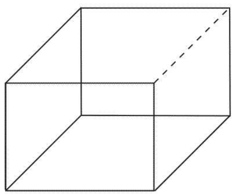
(2)



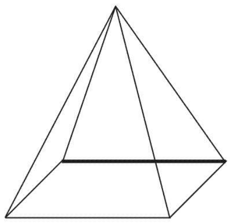
(3)



(4)

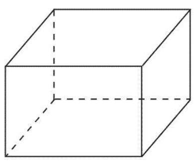


(6)

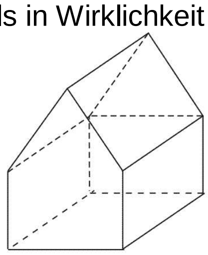


(5)

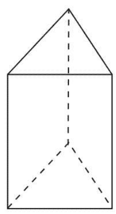
5. Markiere in den folgenden räumlichen Darstellungen alle Kanten mit einem farbigen Stift, die in der Zeichnung kürzer als in Wirklichkeit sind.



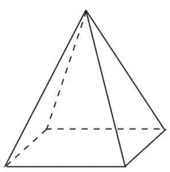
(1)



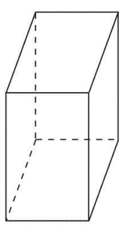
(2)



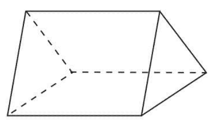
(3)



(4)

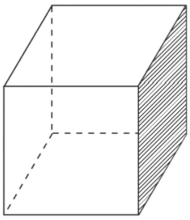


(5)

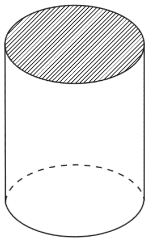


(6)

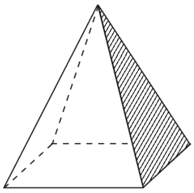
6. Skizziere neben den Körper die jeweils schraffierte Fläche so, wie sie in Wirklichkeit aussieht.



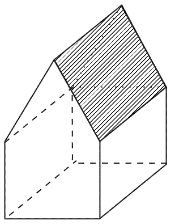
(1)



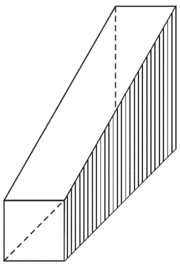
(2)



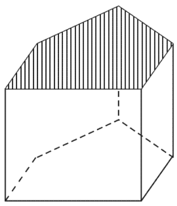
(3)



(4)



(5)



(6)

7. Zeichne räumliche Darstellungen folgender Körper auf dem Kästchenpapier.
Eine Kästchenlänge soll 0,5 cm entsprechen. Verwende für 1,5 cm in Tiefenrichtung eine Kästchendiagonalen.
Zeichne die sichtbaren Kanten stark und die nicht sichtbaren dünn oder gestrichelt

a) Würfel, Kantenlänge: 3 cm
b) Quader, Breite: 4 cm, Tiefe: 1,5 cm, Höhe: 3 cm
c) Quader, Breite: 2 cm, Tiefe: 4,5 cm, Höhe: 2 cm

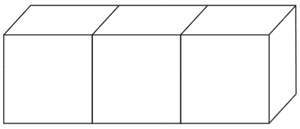
a) b) c)

8. Skizziere eine räumliche Darstellung eines Würfels bei den angegebenen Blickrichtungen. Verwende als Kantenlänge 3 Kästchen und für die Tiefenlinien eine Kästchendiagonale. Zeichne die sichtbaren Kanten stark und die nicht sichtbaren dünn oder gestrichelt.

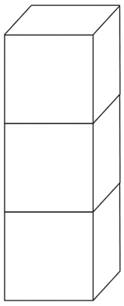
a) von rechts oben b) von links oben c) von links unten d) von rechts unten

9. Zeichne die Würfelbauten auf Kästchenpapier in der angegebenen Lage. Verwende für jeden Würfel als Kantenlänge 3 Kästchen und für die Tiefenkanten eine Kästchendiagonale. Zeichne alle Kanten dünn vor und die sichtbaren Kanten stärker nach.

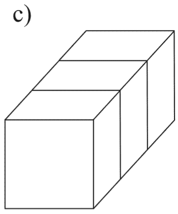
a)



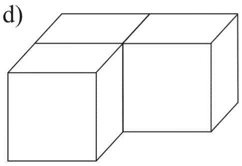
b)



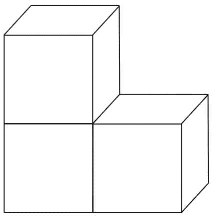
c)



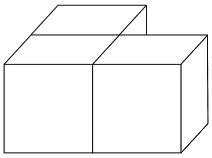
d)



e)



f)



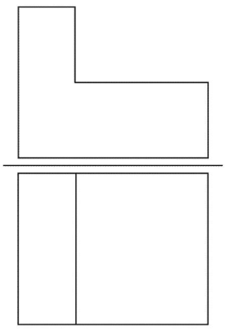
10. Skizziere räumliche Darstellungen zu folgenden Körpern auf weißem Papier.

a) Würfel b) Quader c) quadratische Pyramide

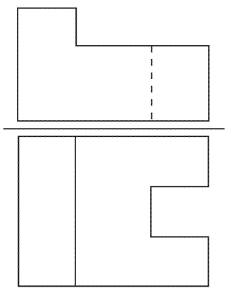
d) Zylinder e) Kegel f) dreiseitige Pyramide

11. Die Zeichnungen zeigen die Ansicht eines Körpers von vorn (oberer Teil) und von oben (unterer Teil). Skizziere eine räumliche Darstellung des Körpers neben die Ansichten.

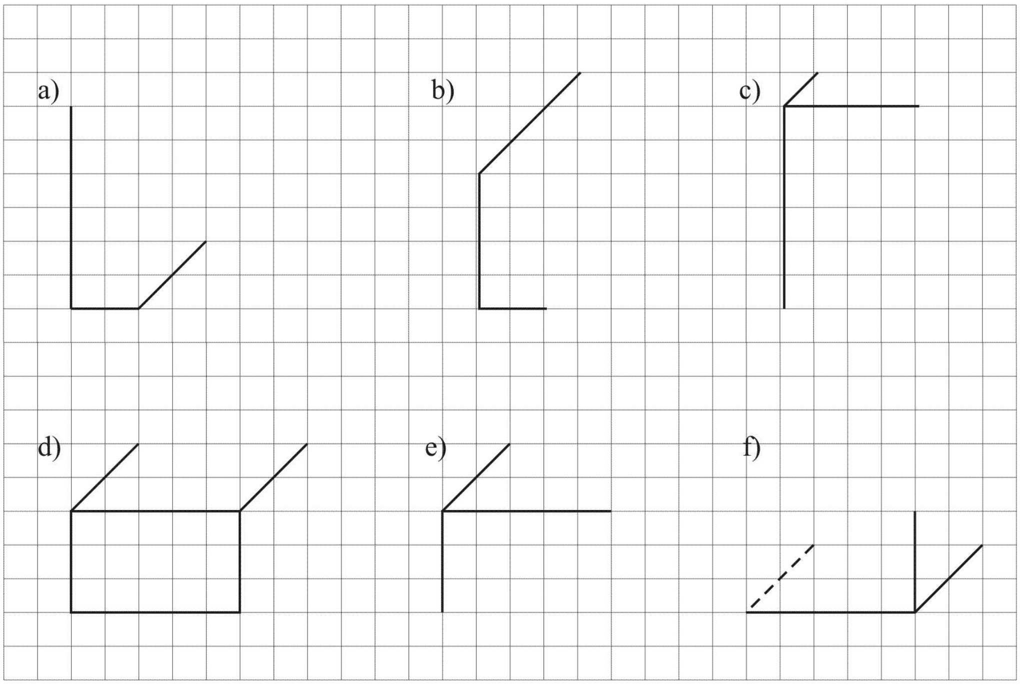
a)



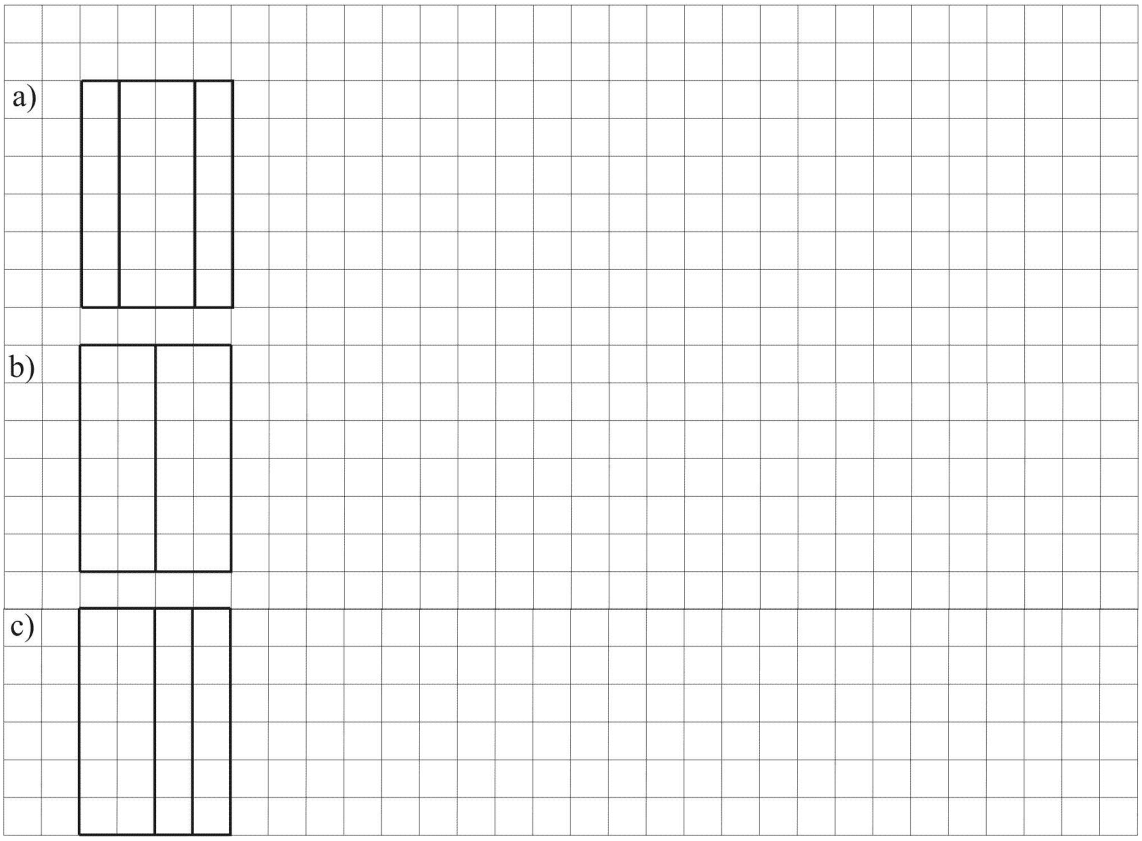
b)



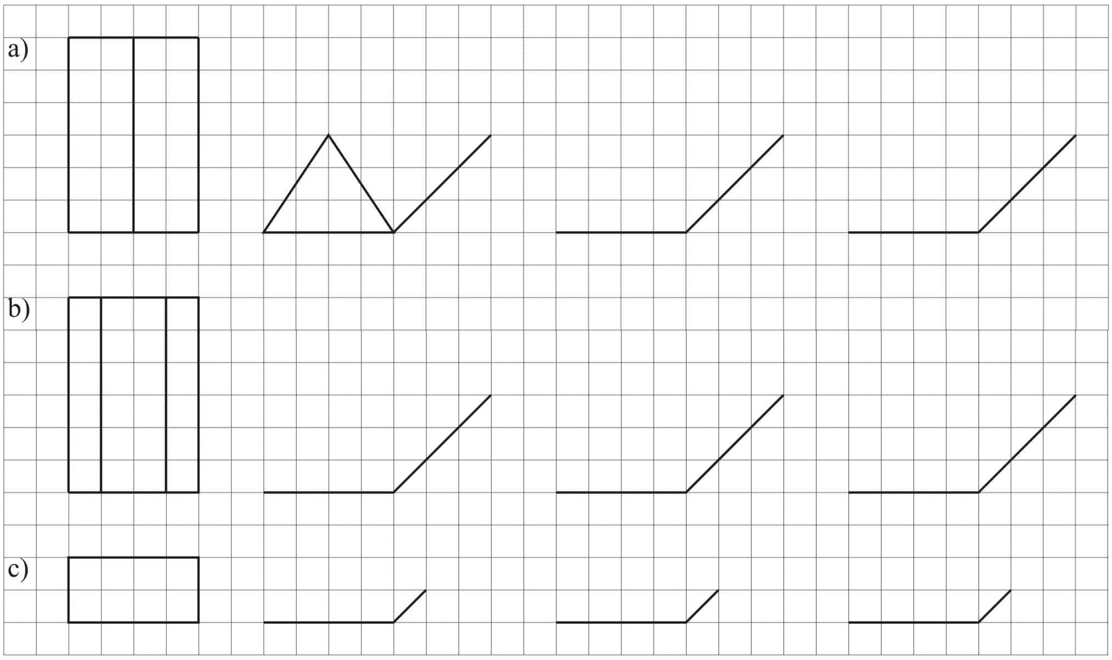
12. In den unten stehenden Zeichnungen ist damit begonnen worden, verschiedene räumliche Darstellungen eines Quaders zu zeichnen. Vervollständige die Zeichnungen.



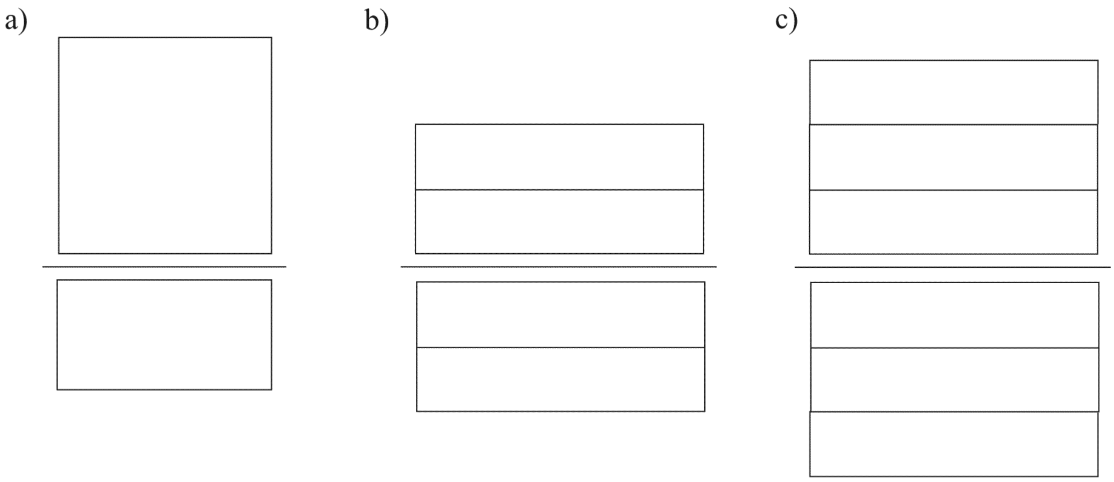
13. Die Figur stellt die Ansicht eines Körpers von oben dar. Skizziere daneben jeweils zwei räumliche Darstellungen von verschiedenen Körpern, die diese Ansicht von oben haben.



14. Vervollständige die räumlichen Darstellungen zu drei verschiedenen Körpern, die die links angegebene Draufsicht haben.

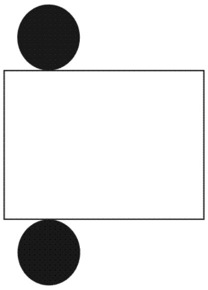


15. Skizziere eine räumliche Darstellung eines Körpers, der die angegebene Ansicht von vorn (oberer Teil) und von oben (unterer Teil) hat.

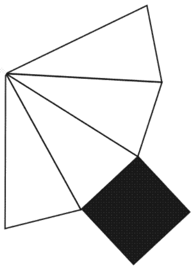


16. Skizziere eine räumliche Darstellung der Körper mit folgenden Netzen.

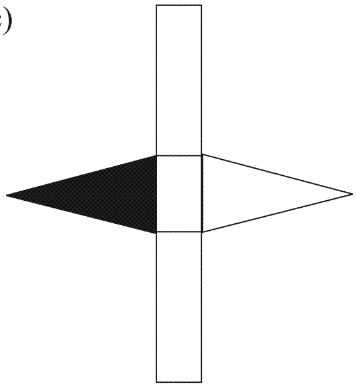
a)



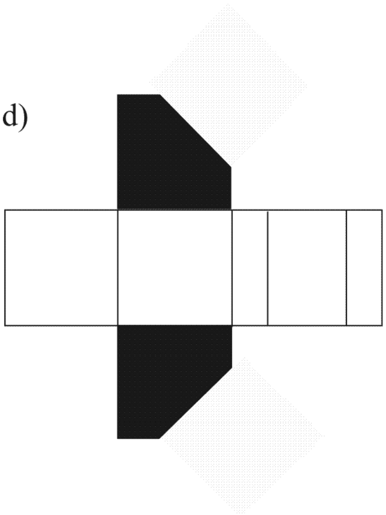
b)



c)

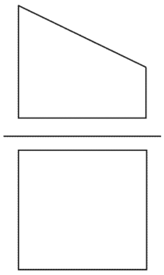


d)

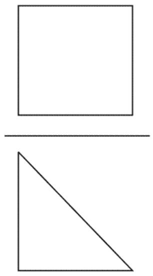


17. Skizziere von den durch die Ansicht von vorn (oberer Teil) und von oben (unterer Teil) gegebenen Körpern eine passende räumliche Darstellung.

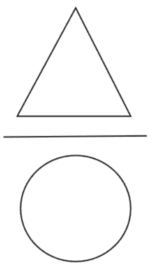
a)



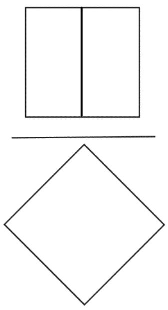
b)



c)

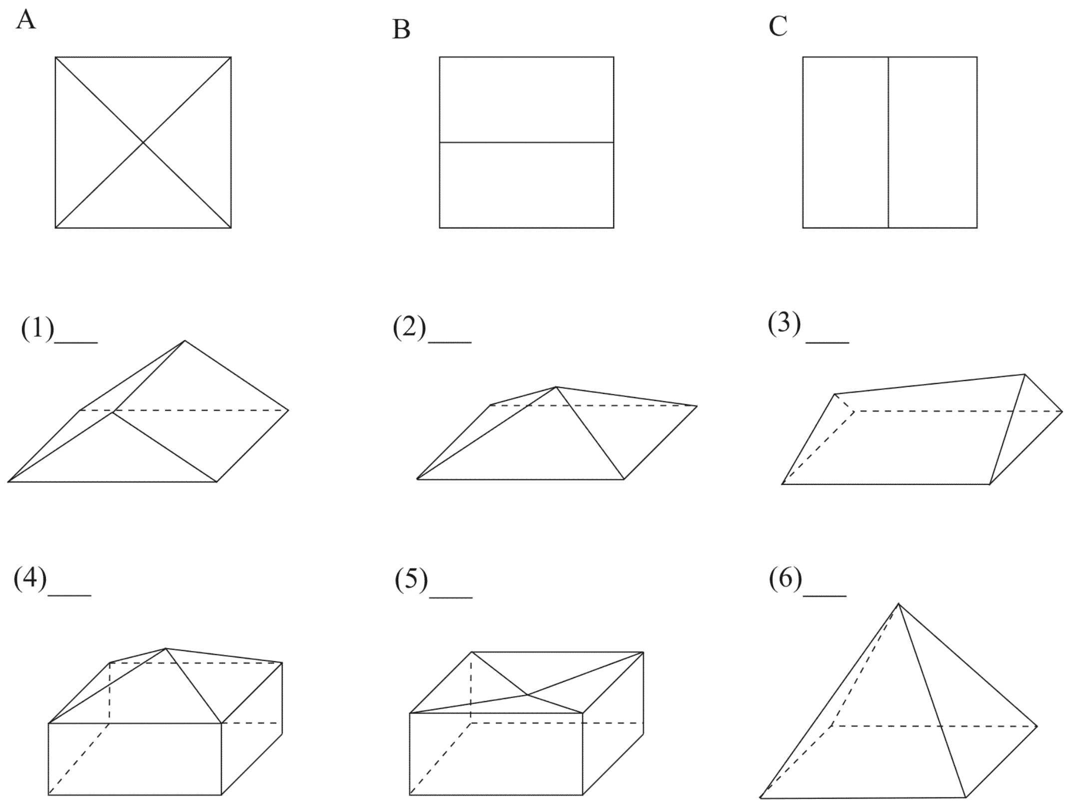


d)

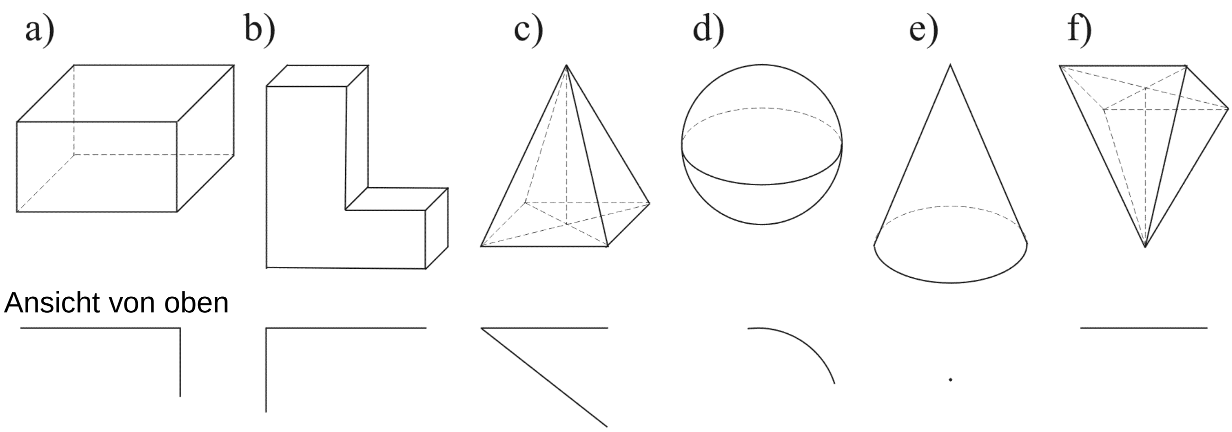


6.2 Lesen und Herstellen von Ansichten

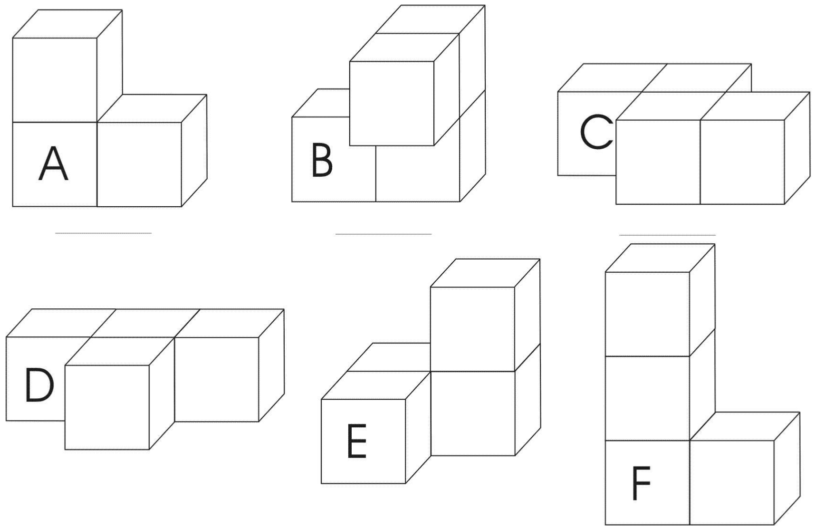
1. Schreibe den Buchstaben der passenden Ansicht von oben an die räumliche Darstellung.

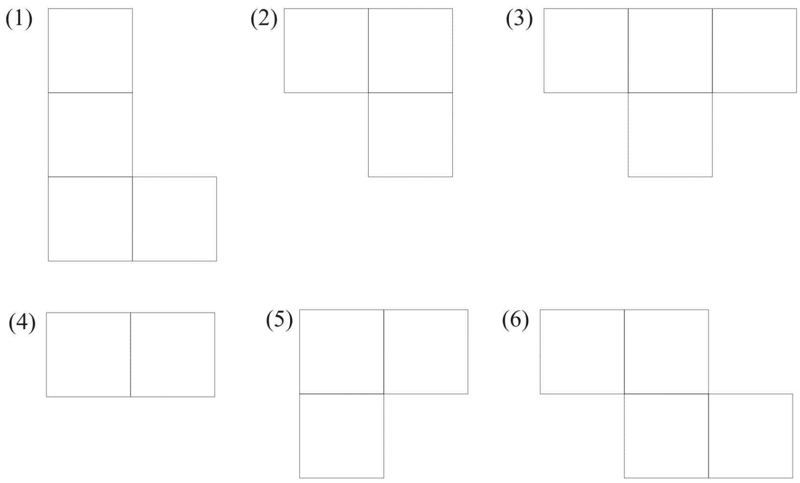


2. Vervollständige die Skizzen der Ansichten von oben der dargestellten Körper.

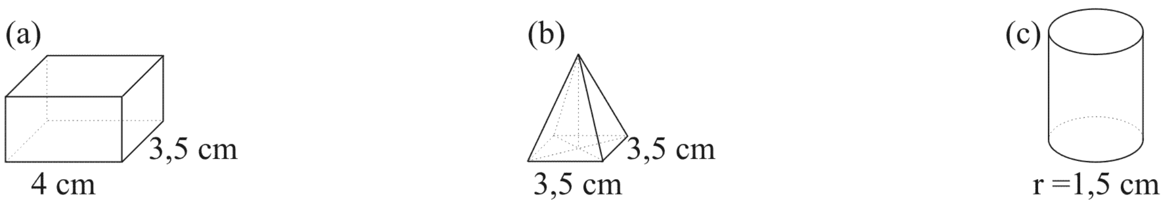


3. Welcher der Körper A bis G (bestehend aus mehreren kleinen Würfeln) kann ohne Veränderung der Lage die Figuren (1) bis (9) als Ansicht von oben haben?
Schreibe die Nummer an die betreffende räumliche Darstellung.



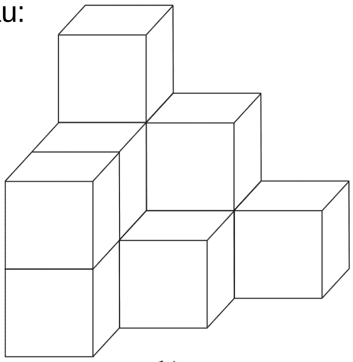


4. Zeichne die Ansicht von oben der Körper. Eine Kästchenlänge entspricht 0, 5 cm.



5. Zeichne zu den Würfelbauten die Ansicht von oben. Trage die Anzahl der „Stockwerke“ ein.

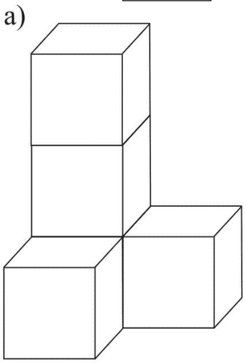
Würfelbau:



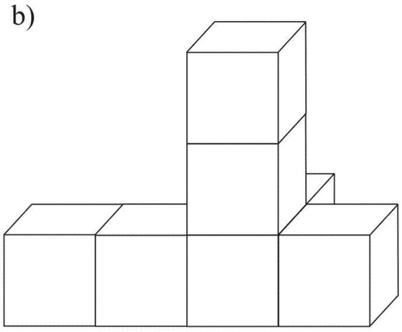
Grundriss mit „Stockwerken“:

3	2	1
2	1	
2		

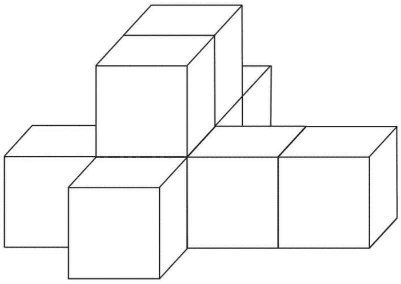
a)



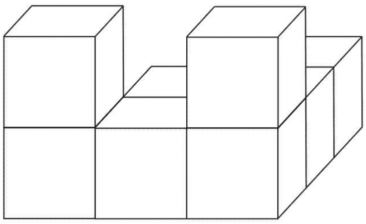
b)



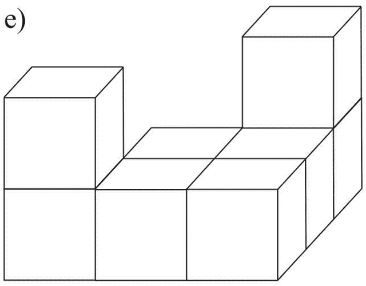
c)



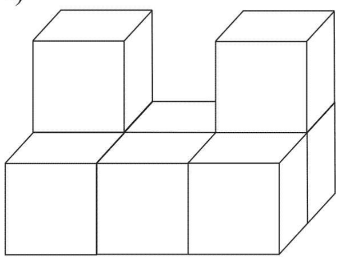
d)



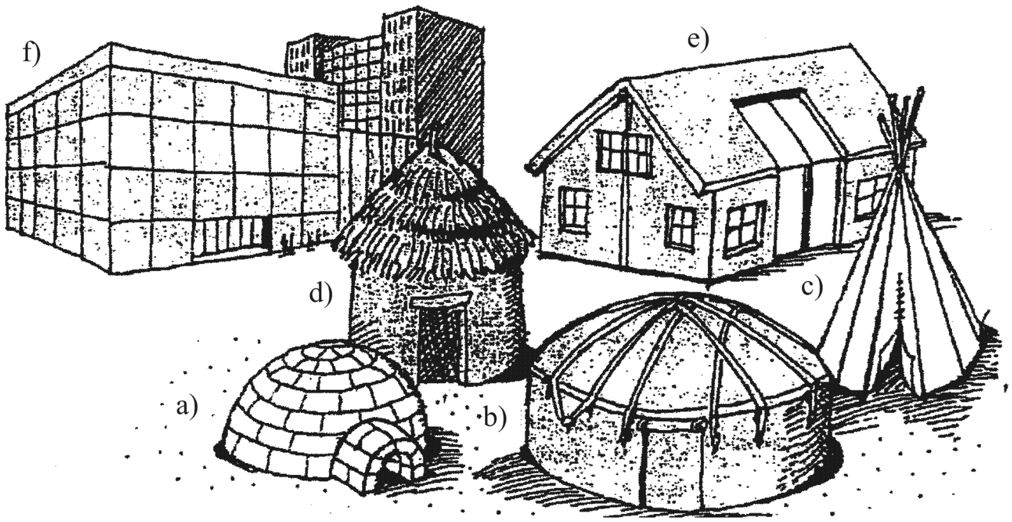
e)



f)

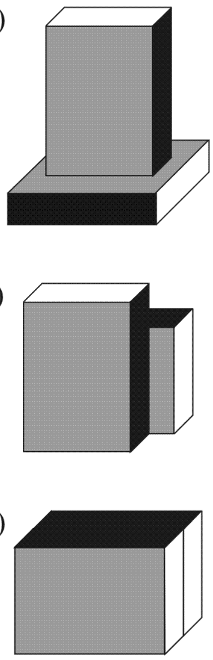


6. Skizziere zu den abgebildeten Bauten die Ansicht von oben.



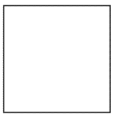
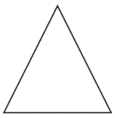
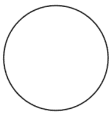
7. Stelle dir jeweils zwei gleichgroße Schachteln in der Anordnung vor, wie es die folgenden Abbildungen zeigen. Skizziere dann die Ansichten von vorn, von oben und rechts.

a)
b)
c)



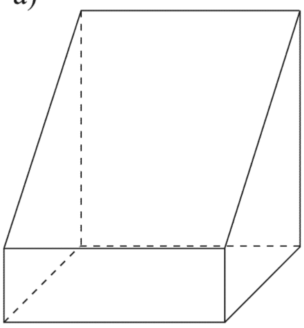
von vorn | von oben | von rechts

8. Die Tabelle enthält eine Ansicht eines Körpers von vorn oder von oben. Skizziere dort, wo möglich, in die Felder jeweils die fehlende Ansicht von vorn bzw. oben, so dass dadurch zwei Ansichten des angegebenen Körpers entstehen.

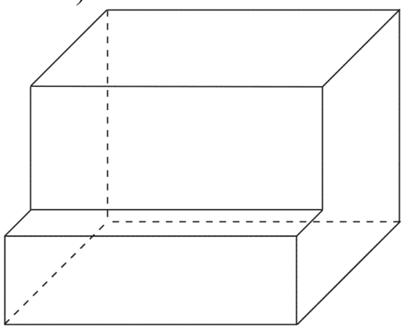
	Ansicht	Zylinder	Pyramide	Kegel
a)				
b)				
c)				

9. Skizziere die Ansicht von oben und von vorn der dargestellten Körper.
Hinweis: Beachte, dass die Tiefenlinien um die Hälfte verkürzt sind.

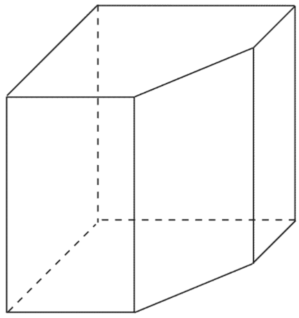
a)



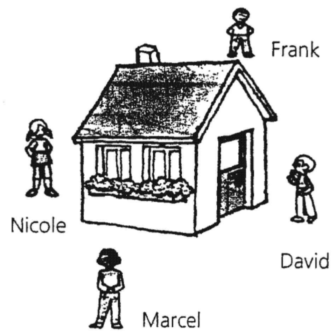
b)

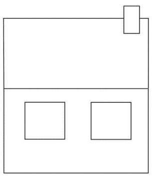


c)

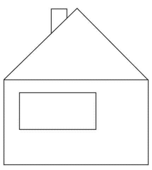


10. Welches Kind sieht das Haus so, wie es abgebildet ist?

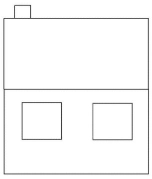




A



B

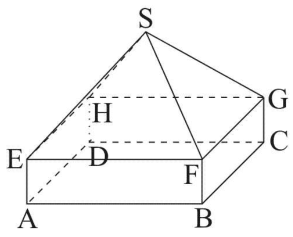


C

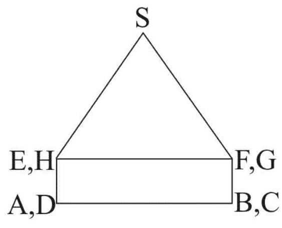
☐

11. Gib möglichst viele Kanten und Flächen (auch Schnittflächen) des räumlich dargestellten Körpers an, die in den Ansichten (1) und (2) in wahrer Größe erscheinen.

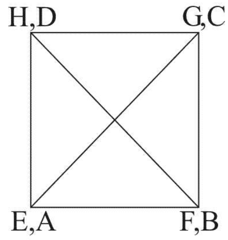
a)



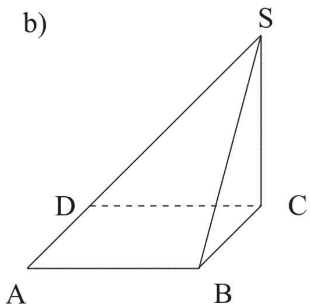
(1)



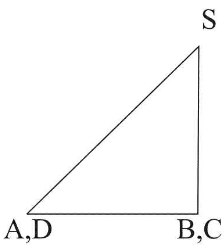
(2)



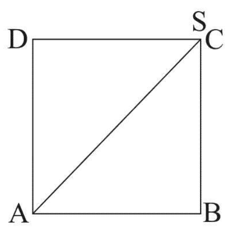
b)



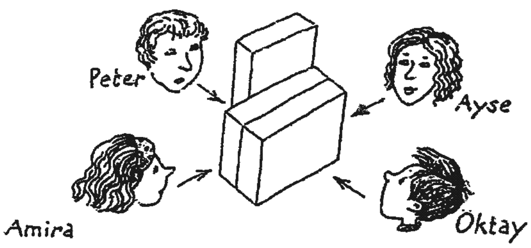
(1)



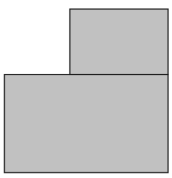
(2)



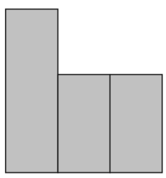
12. Die Kinder Amira, Ayse, Peter und Oktay haben 3 gleiche Schachteln zusammengeklebt. Jeder schaut sich das „Kunstwerk“ von einer anderen Seite an.
Welches Kind sieht welches Bild?



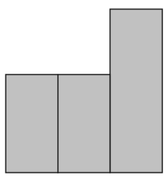
a)



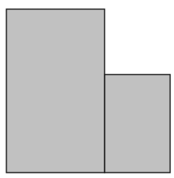
b)



c)

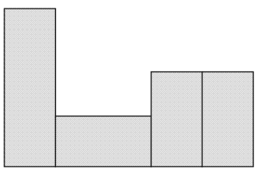


d)

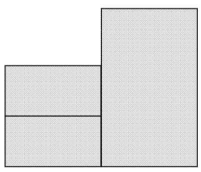


Zusatz: Die Kinder von Aufgabe 12 haben jetzt 4 gleiche Schachteln zusammengeklebt, Sie sehen folgende Bilder. Wie sieht das neue „Kunstwerk“ aus? Baue es nach und kontrolliere die Seitenansichten.

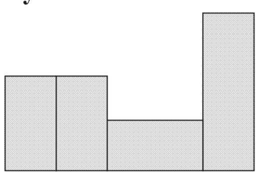
Amira:



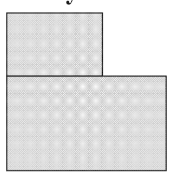
Peter:



Ayse:

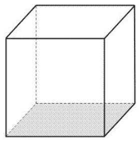


Oktay:

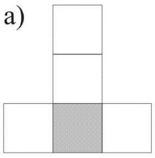


6.3 *Arbeit mit Körpernetzen und Papierfaltungen*

1. Welche der folgenden Abbildungen sind Netze von Würfeln? Zur besseren Orientierung ist eine Fläche gefärbt. Kreise die richtige Antwort ein!

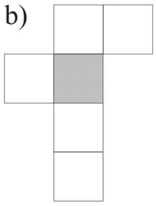


a)



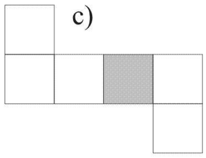
ja / nein

b)



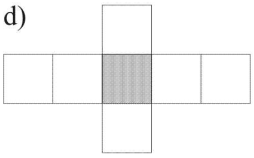
ja / nein

c)



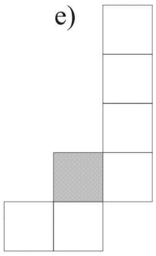
ja / nein

d)



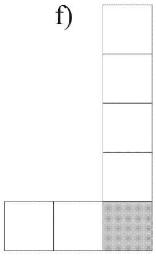
ja / nein

e)



ja / nein

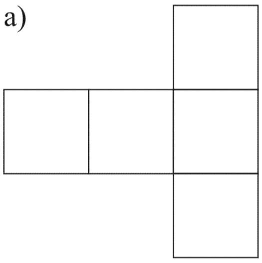
f)



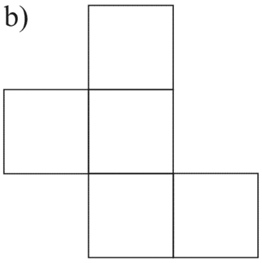
ja / nein

2. Die Würfelnetze sind unvollständig. Ergänze sie!

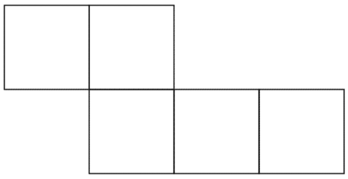
a)



b)

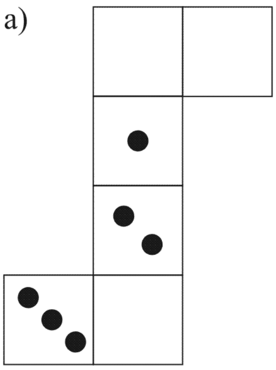


c)

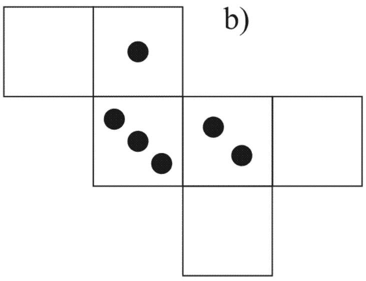


3. Falte in Gedanken das Würfelnetz. Gib die fehlenden Augenzahlen an. Die Summe der Augenzahlen von gegenüberliegenden Seiten ist immer 7.

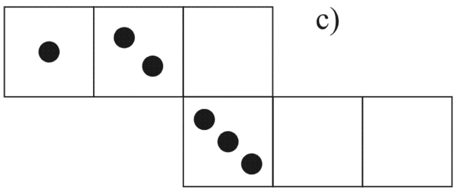
a)



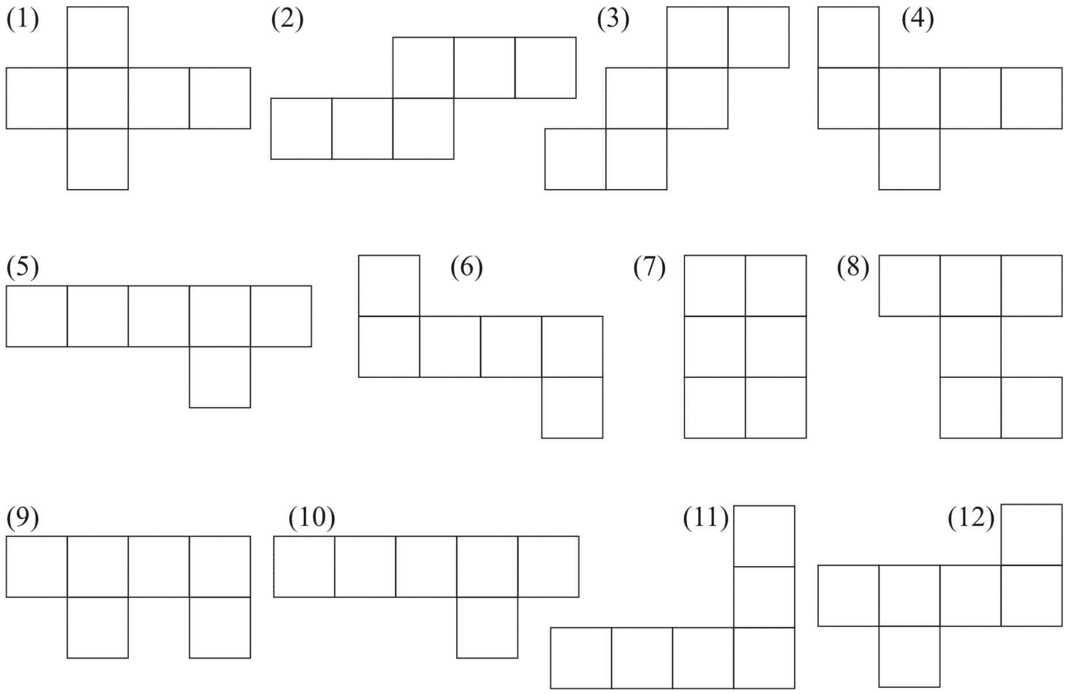
b)



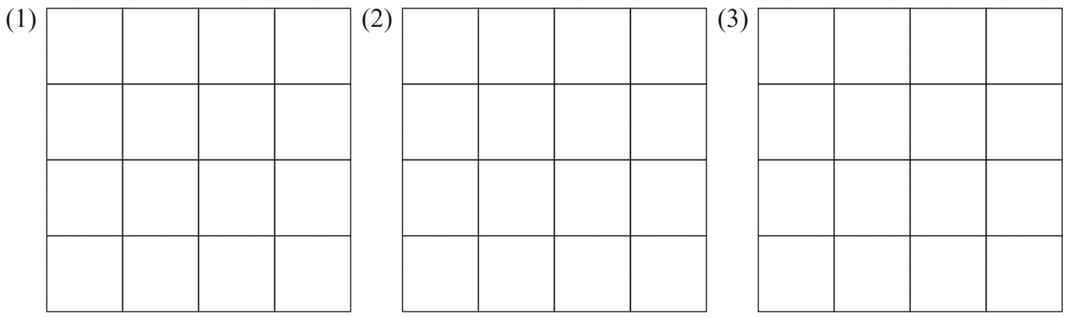
c)



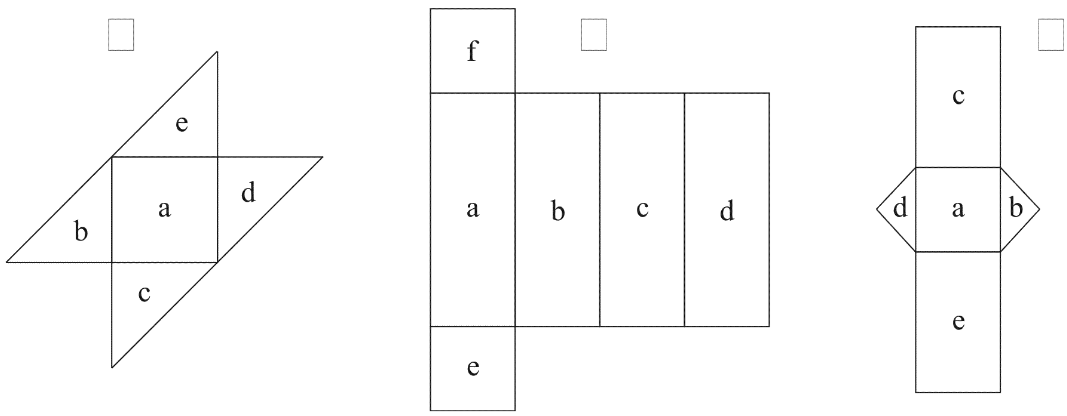
4. Gib die Nummern der Netze an, die <u>keine</u> Würfelnetze sind!



5. Aus dem unten dargestellten Kästchenpapier sollen Kästchen so herausgeschnitten werden, dass ein Würfelnetz erhalten bleibt. Gib drei unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten an!

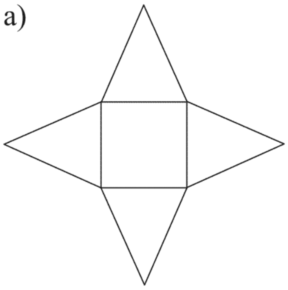


6. Welche Abbildung stellt ein Netz eines Körpers dar? Kreuze an!

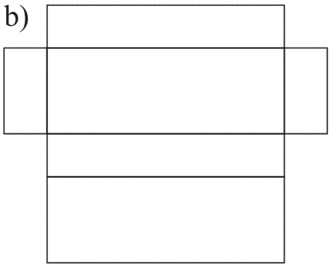


7. Welche Körper lassen sich aus den folgenden Netzen herstellen?

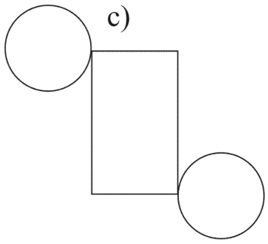
a)



b)

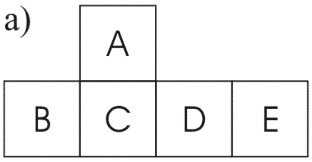


c)

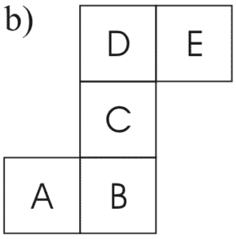


8. Eine offene Schachtel wird gefaltet. Welche Fläche liegt gegenüber der Öffnung?

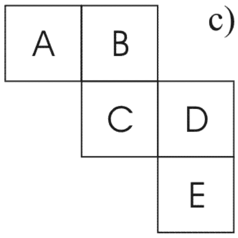
a)



b)

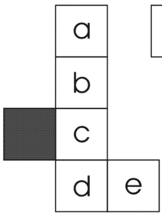


c)

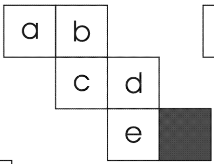


9. Gib die Fläche an, die nach dem Zusammenfalten des Würfelnetzes der markierten Fläche gegenüber liegt!

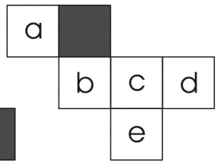
a)



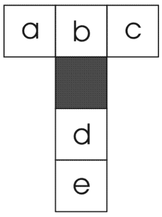
b)



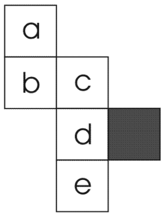
c)



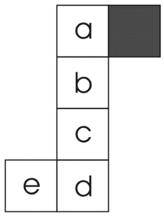
d)



e)

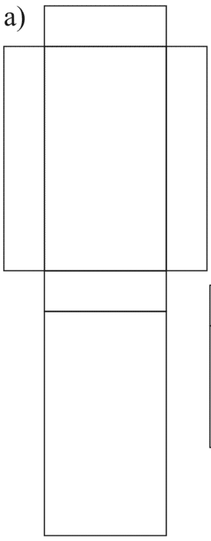


f)

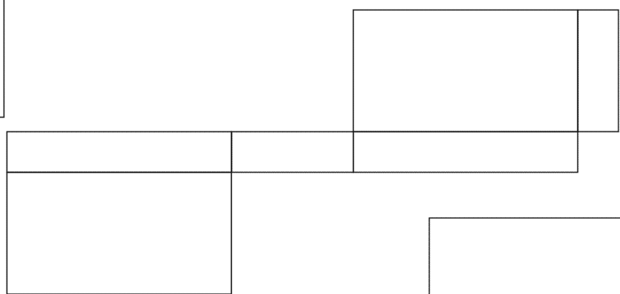


10. Färbe in den Netzen die gegenüberliegenden Flächen des Körpers gleichfarbig!

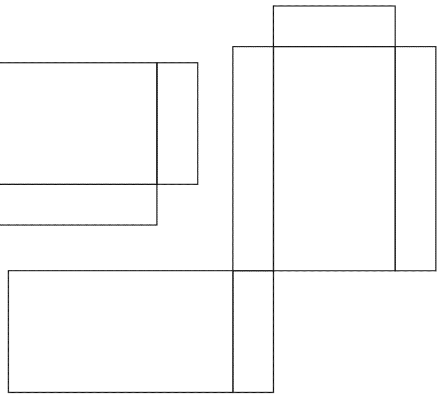
a)



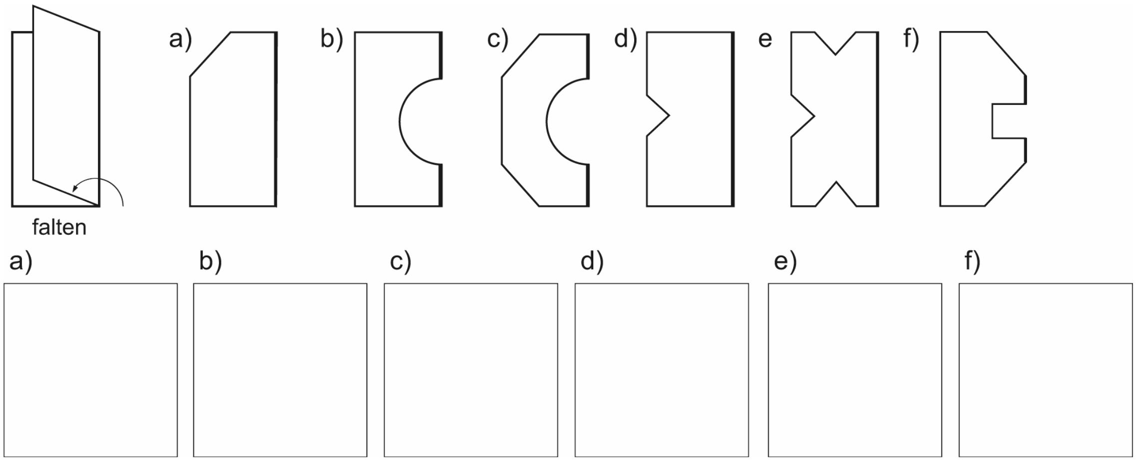
b)



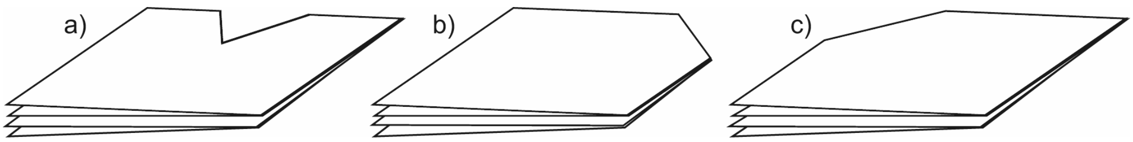
c)



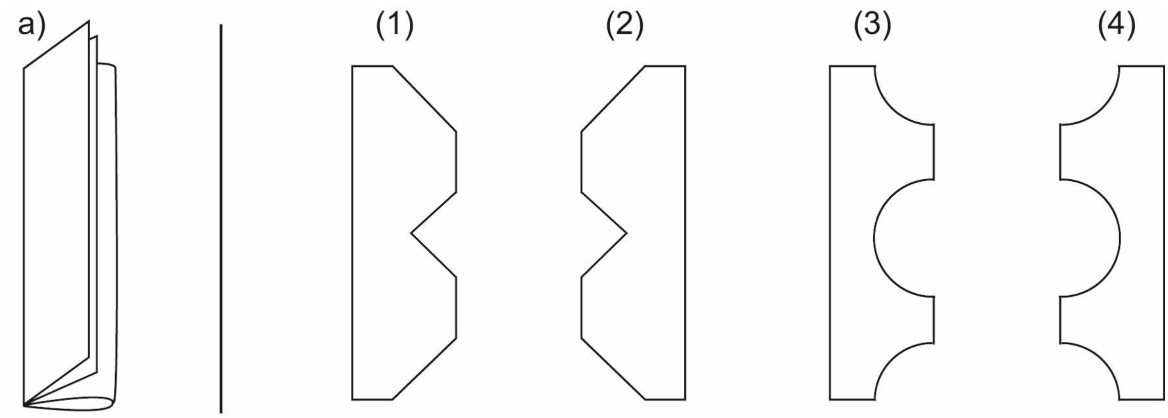
11. Ein Papierbogen wird gefaltet und eingeschnitten. Skizziere in die vorbereiteten Umrisse der Papierbögen die nach dem Ausschneiden und dem Auseinanderfalten entstandenen Formen farbig ein.

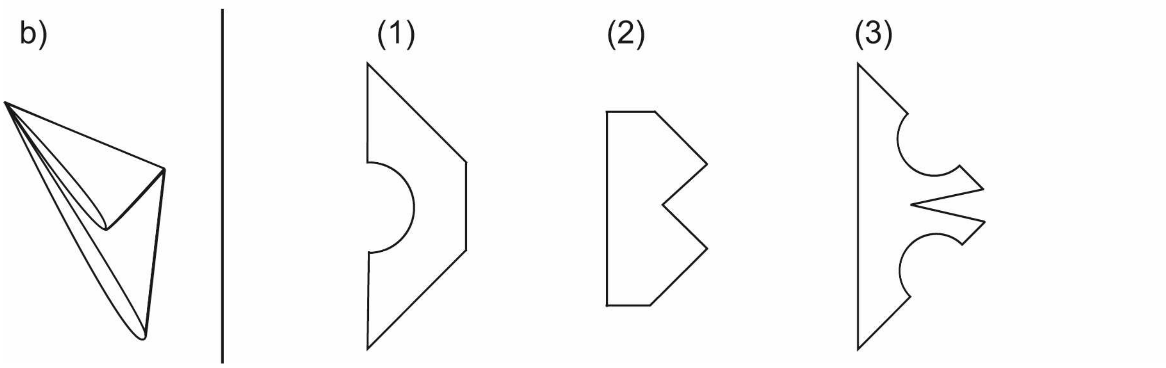


***12.** Ein quadratischer Papierbogen wurde zweimal gefaltet, danach wurde ein Dreieck ausgeschnitten (s. Skizze). Skizziere den Bogen, nachdem er wieder aufgeklappt wurde.



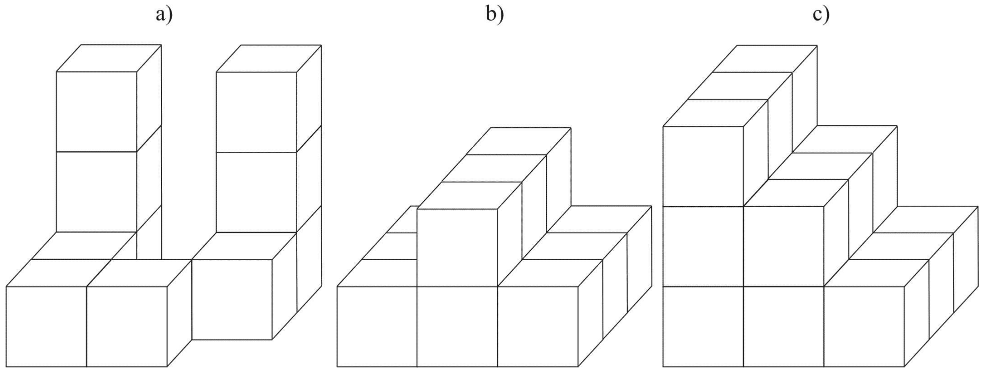
***13.** Ein quadratischer Papierbogen wurde wie angegeben gefaltet. Danach wurden Teile herausgeschnitten. Skizziere den Bogen, nachdem er wieder aufgeklappt wurde.



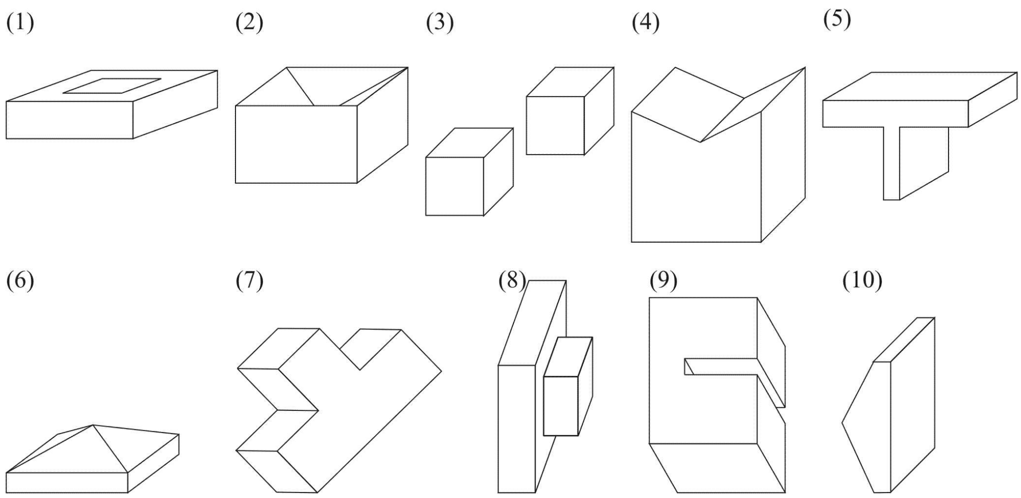


6.4 Zusammensetzen und Zerlegen von Körpern

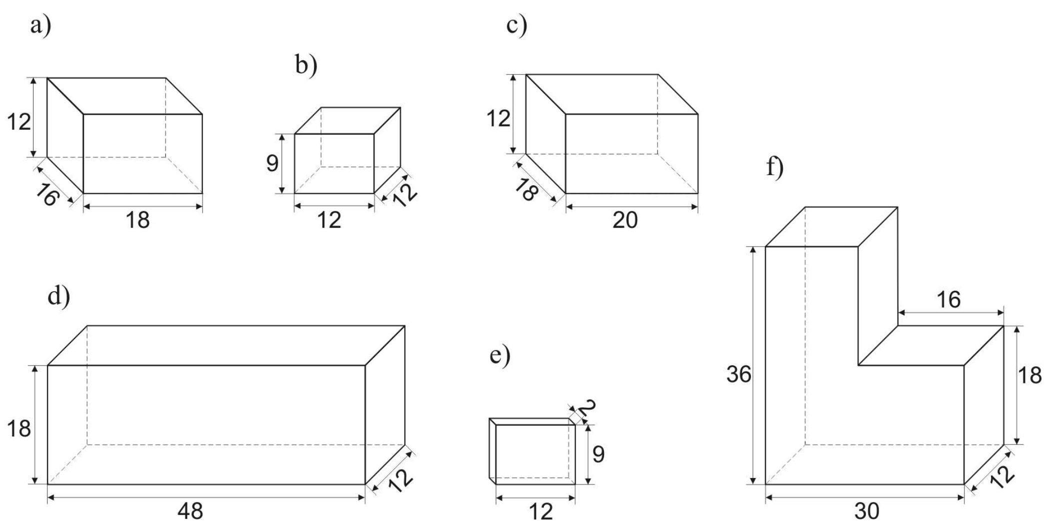
1. Wie viele kleine Würfel brauchst du mindestens, um das Würfelbauwerk zu einem großen Würfel zu ergänzen?



2. Je zwei der skizzierten Körperteile ergeben zusammengesetzt einen Quader.
Welche sind das jeweils? Gib mindestens 5 Paare an.

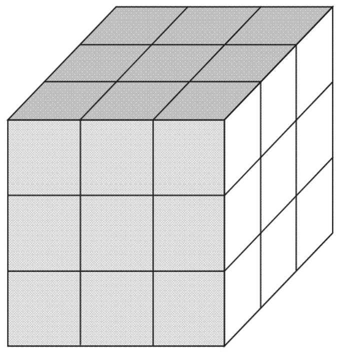


3. Kannst du aus den abgebildeten Körpern neue Quader zusammensetzen?
a) Gib drei Möglichkeiten an.
b) Welche Kantenlängen haben die neuen Quader jeweils?



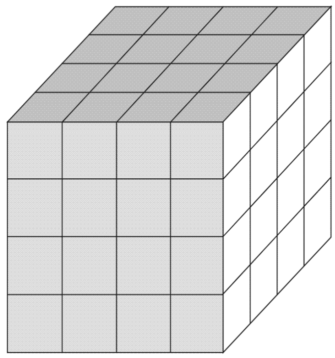
4. Fünf Seiten eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich. Danach wird dieser Würfel in genau 27 Teilwürfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt.

a) Wie viele der entstandenen Teilwürfel haben genau eine rot angestrichene Fläche?
b) Wie viele der entstandenen Teilwürfel haben genau zwei rot angestrichene Flächen?
c) Wie viele der entstandenen Teilwürfel haben genau drei rot angestrichene Flächen?



5. Ein auf allen Seiten blau angestrichener Würfel wird in 64 kleine Würfel zerschnitten.

a) Wie viele der Teilwürfel haben keine blaue Seitenfläche?
b) Wie viele der Teilwürfel haben genau eine blaue Seitenfläche?
c) Wie viele der Teilwürfel haben genau zwei blaue Seitenflächen?

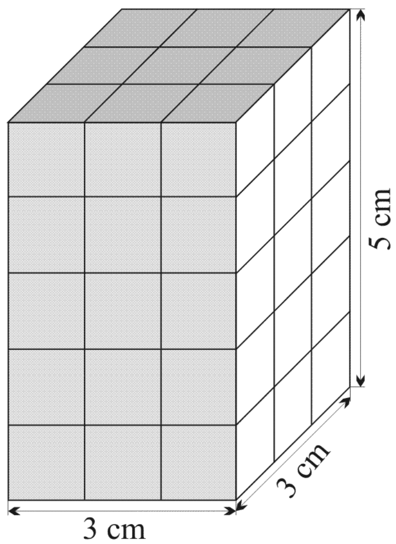


6. Ein Quader, der aus 45 Einheitswürfeln besteht soll grün angestrichen werden. Es werden die Varianten A und B untersucht.

A: Die Deckfläche und alle vier Seitenflächen werden grün gestrichen.
B: Die Deckfläche und zwei benachbarte Seitenflächen werden grün gestrichen.

Beantworte die Fragen für beide Varianten.

a) Wie viele der 45 Einheitswürfel haben dann drei grün angestrichene Seitenflächen?
b) Wie viele der 45 Einheitswürfel haben dann zwei grün angestrichene Seitenflächen?
c) Wie viele der 45 Einheitswürfel haben dann eine grün angestrichene Seitenfläche?



7. Susi setzt aus 27 kleinen einen großen Würfel zusammen.

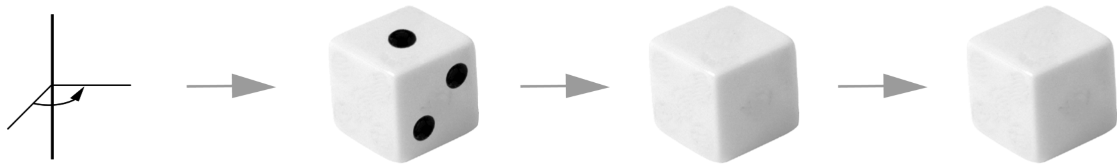
a) Sie malt eine Seitenfläche grün an und nimmt den Würfel wieder auseinander. Vorher überlegt sie sich, wie viele einfarbige und wie viele zweifarbige Würfel sie dann hat. Zu welchem Ergebnis kommt sie?
b) Kann sie den großen Würfel wieder so zusammensetzen, dass er ganz und gar einfarbig ist und von der grünen Farbe nichts mehr zu sehen ist? Wie muss sie das machen?

6.5 Erkennen und Herstellen von Rotationen

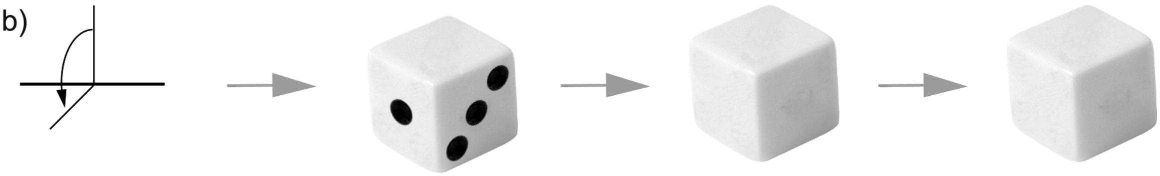
1. 

Stelle dir einen Würfel entsprechend der nebenstehenden Abbildung vor. Dieser Würfel soll Ausgangspunkt für alle folgenden Drehungen sein. Der Würfel wird dreimal nacheinander um die jeweils angegebene Achse um 90° gedreht. Zeichne die jeweils sichtbaren Augenzahlen.

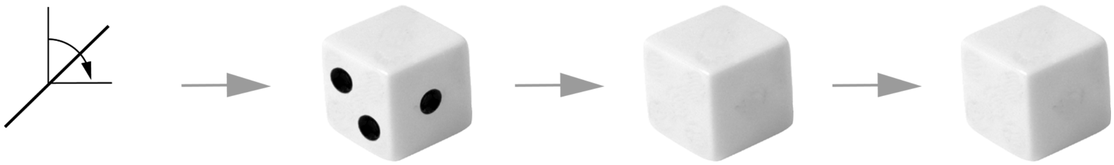
a)



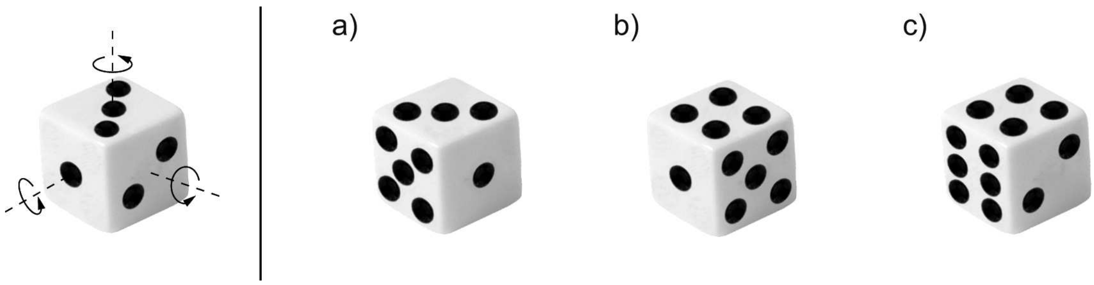
b)



c)



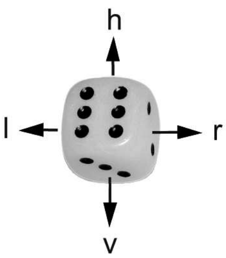
2. Um welche der Achsen durch die Seitenflächen 1, 2, bzw. 3 und um wie viel Grad muss man den Würfel in der angegebenen Richtung drehen, damit sich die Lagen a), b) bzw. c) ergeben?

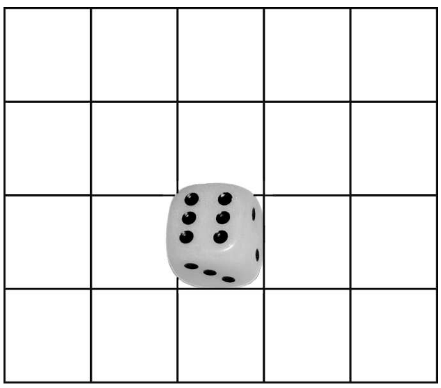


3. Kippe einen Würfel in Gedanken auf dem dargestellten Feld, so wie angegeben. Gib an, welche Augenzahl dann oben liegt.

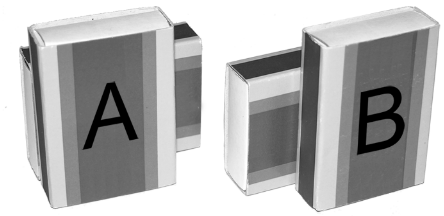
h: nach hinten
v: nach vorn
l: nach links
r: nach rechts

a) h h
b) l h
c) l l
d) r r
e) r h
f) v l

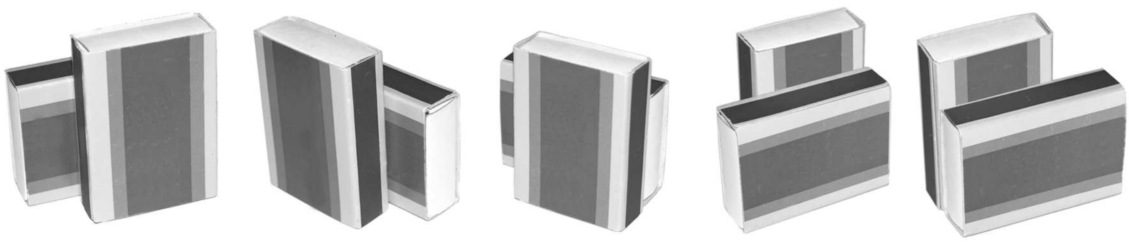




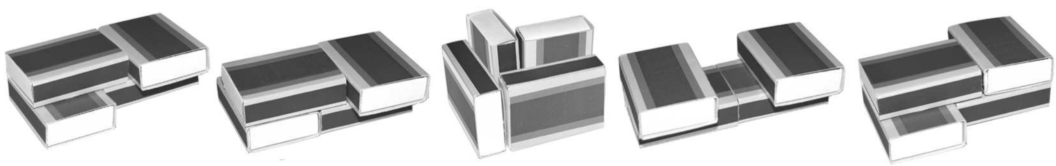
4. Zwei Schachteln wurden in der abgebildeten Weise zusammengeklebt.



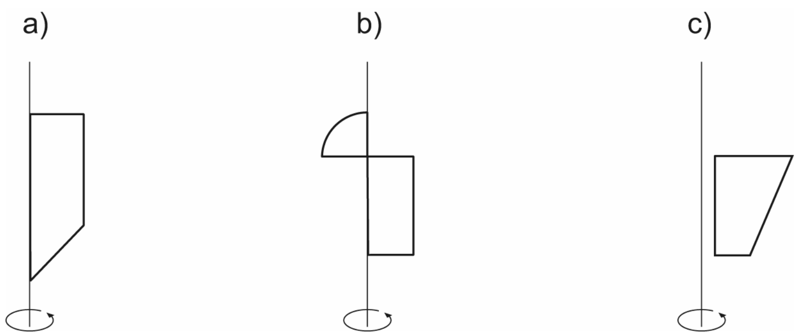
a) Schreibe unter die folgende Abbildung, ob es sich um die Kombination A oder B handelt.



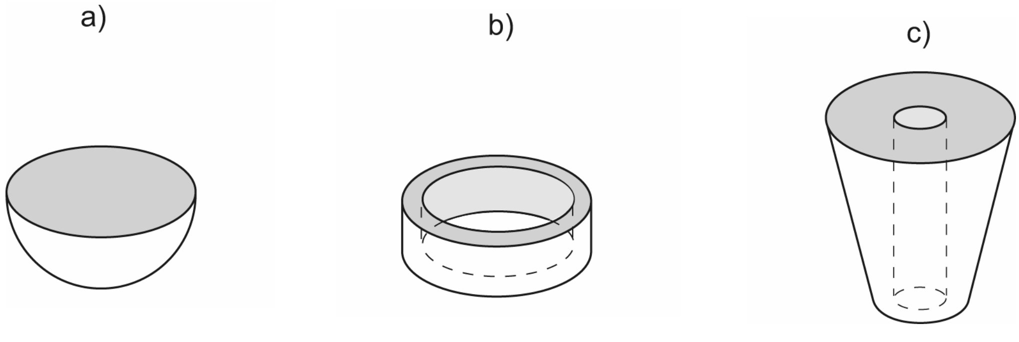
b) Schreibe in die folgenden Zusammenstellungen hinein, welcher Teil A und welcher Teil B ist. Es können auch zwei gleiche Kombinationen A bzw. B zusammengestellt sein.



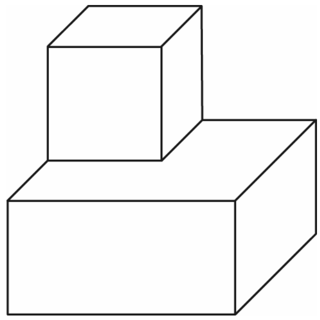
5. Skizziere die entstehenden Rotationskörper im Schrägbild.



6. Skizziere zu den Rotationskörpern je ein Flächenstück und eine Drehachse, welche den Körper beim Rotieren erzeugen.

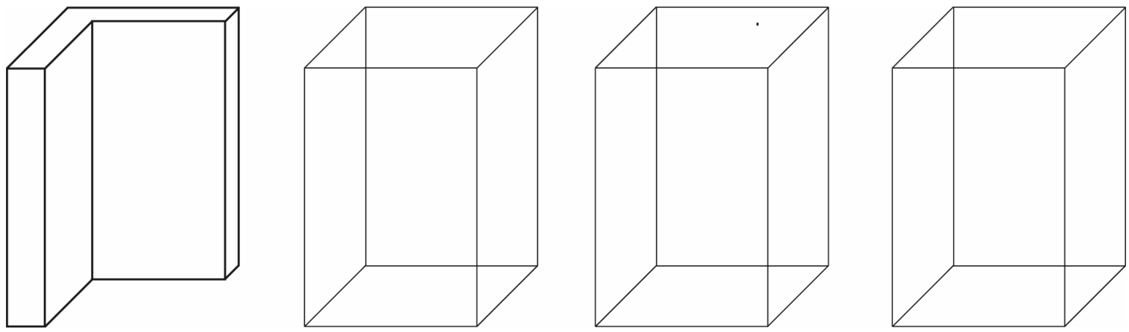


7. Drehe den nebenstehenden Körper und skizziere ihn dann auf Kästchenpapier.
a) Drehung um 90° links herum
b) Drehung um 90° rechts herum

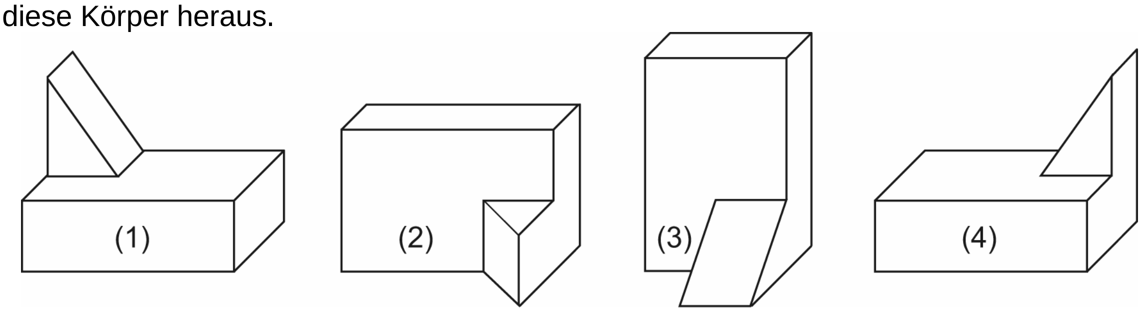


8. Skizziere in die vorbereiteten Umrisse den Profilstab nach den jeweiligen Drehungen (im Uhrzeigersinn) ein.

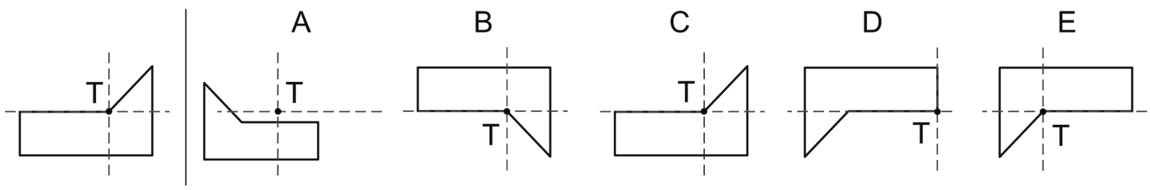
a) um 90° b) um 180° c) um 270°



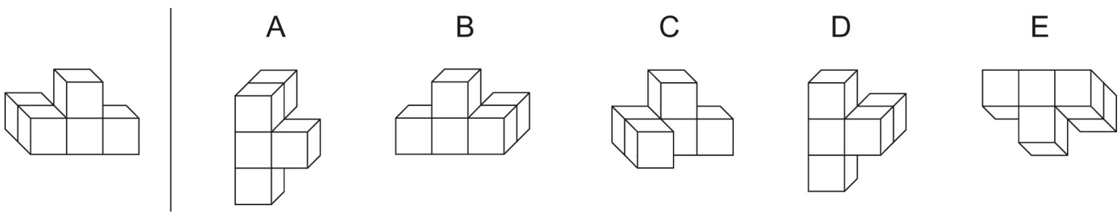
9. Von den vier abgebildeten Schrägbildern stellen zwei den gleichen Körper dar. Finde diese Körper heraus.



10. Die Figur links vom Strich wurde um T um 180° gedreht. Welche der Abbildungen rechts vom Strich stellt das Ergebnis der Drehung dar?



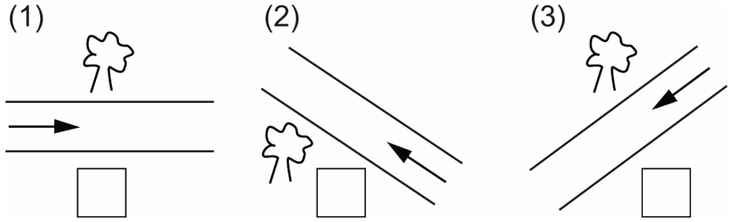
11. Der Körper links vom Strich soll in eine andere Lage gedreht werden. Welche Körper rechts vom Strich kann man nach der Drehung erhalten?



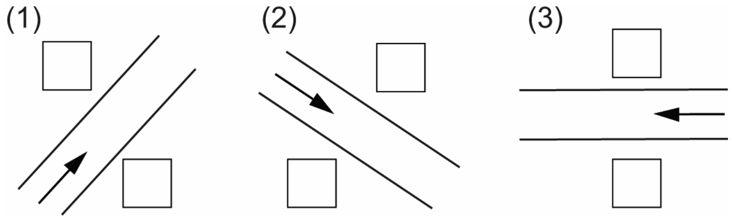
6.6 Räumliche Orientierung

1. Schreibe in die Kästchen „r“ für rechts oder „l“ für links. Der Pfeil gibt die Richtung an, in die du dich bewegst.

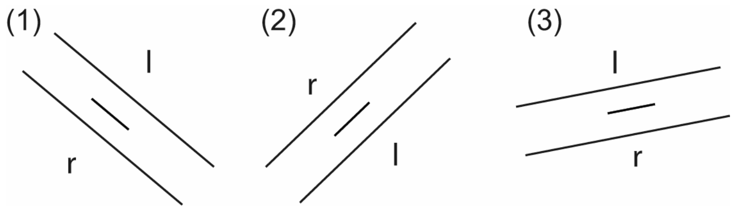
a) Auf welcher Seite der Straße steht der Baum?



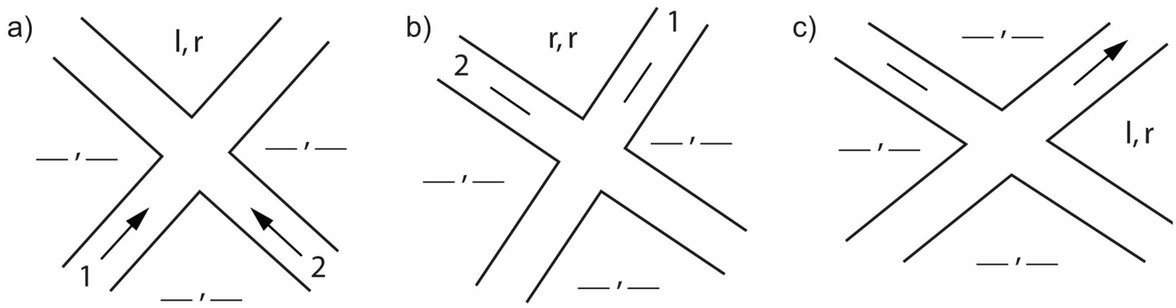
b) Bezeichne die Straßenseiten.



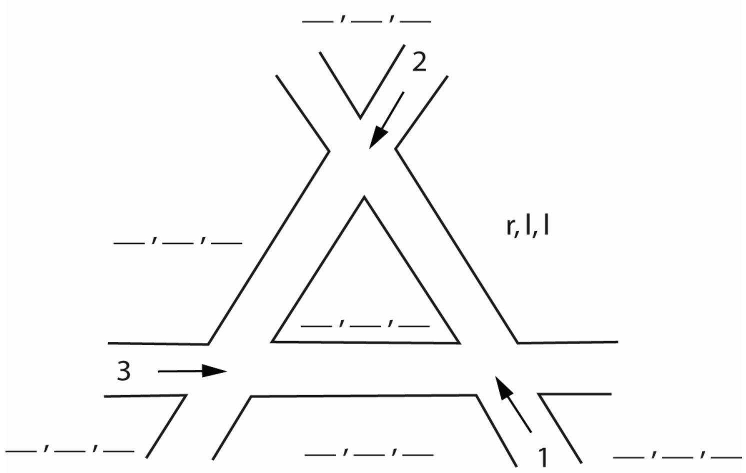
c) Kennzeichne die Bewegungsrichtung, damit r und l stimmen.



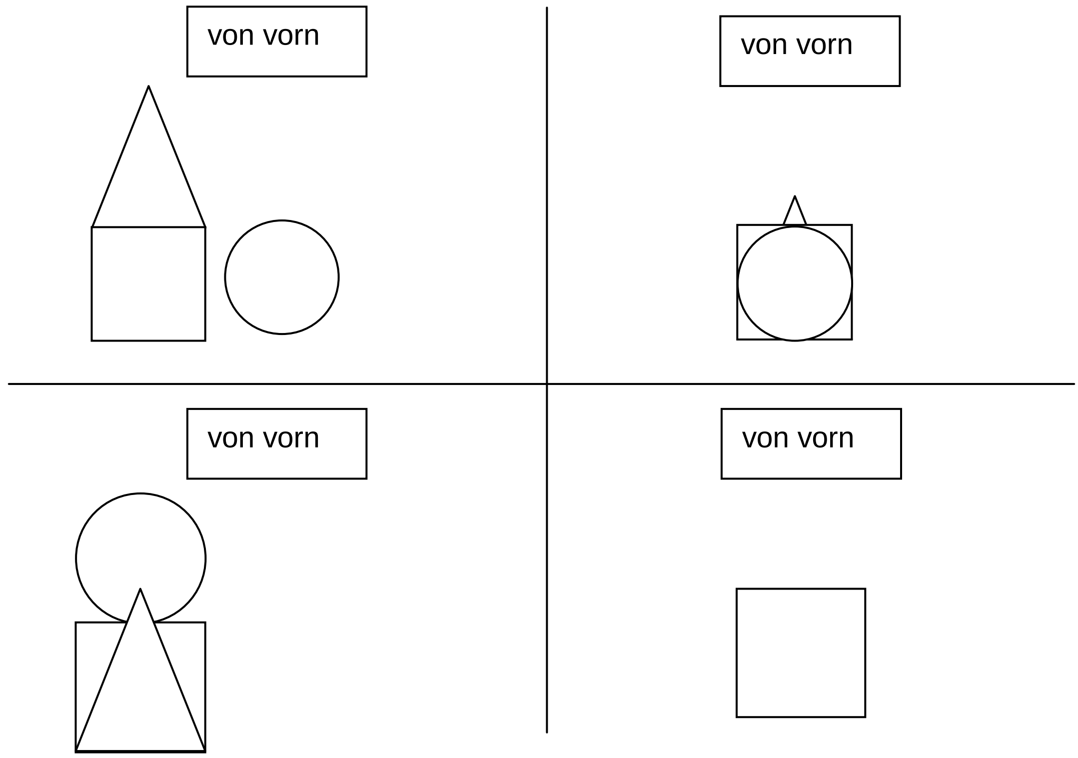
2. Zwei Straßen kreuzen sich. Beschrifte alle vier Gebiete bei der angegebenen Bewegungsrichtung auf der Straße. Die Bezeichnung l, r soll bedeuten, dass das Gebiet links von der Straße 1 und rechts von der Straße 2 liegt.
Trage die fehlenden Bewegungsrichtungen bzw. Straßenbezeichnungen ein.



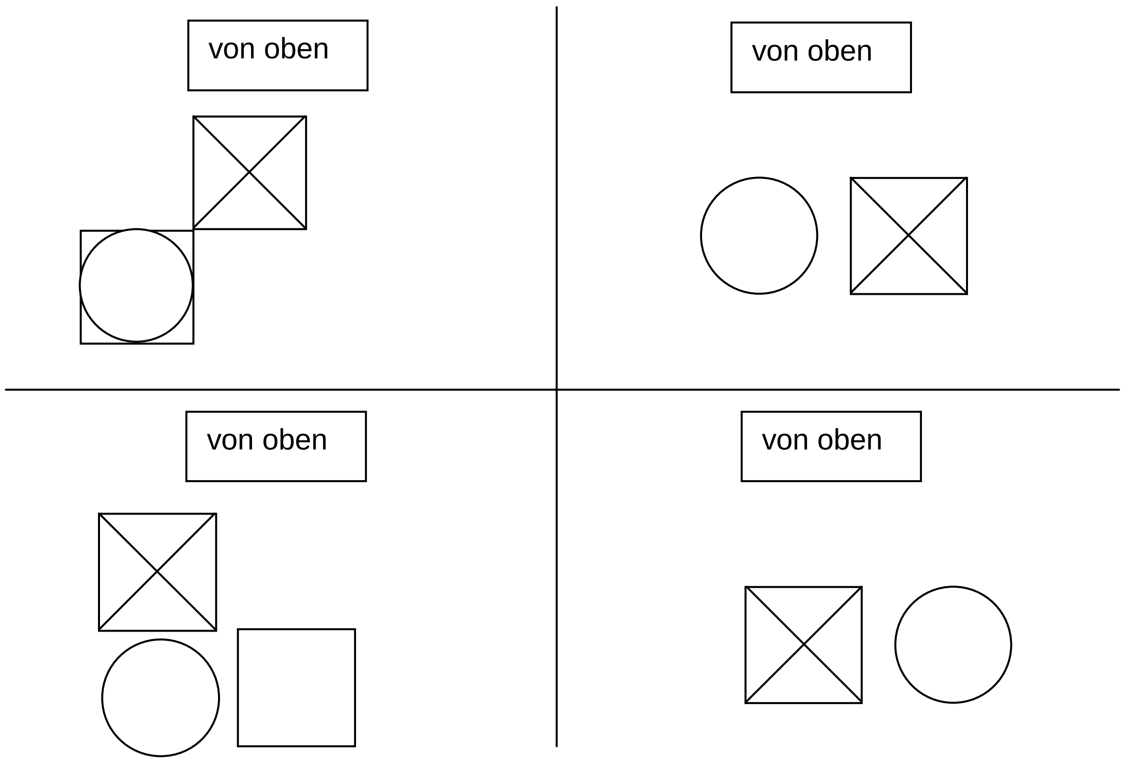
3. Beschrifte die Gebiete bei den angegebenen Bewegungsrichtungen auf den drei Straßen.
Die Bezeichnung r, l, l bedeutet, dass sich das Gebiet rechts von der Straße 1, links von der Straße 2 und links von der Straße 3 befindet.



4. Stelle einen Würfel, eine Kugel und eine Pyramide in Gedanken so wie auf den dargestellten Ansichten auf.
a) Skizziere jeweils eine mögliche Ansicht von oben.

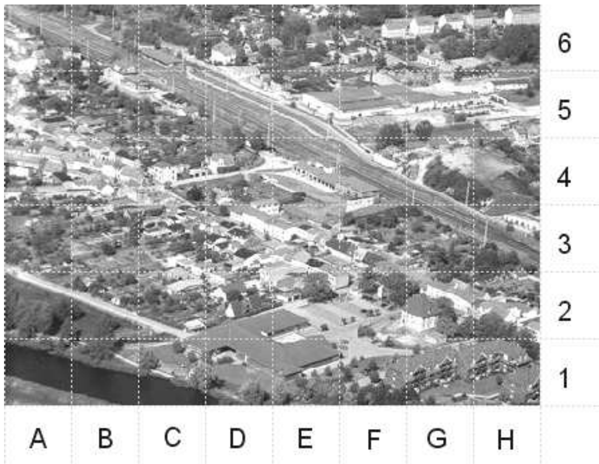


b) Skizziere jeweils die Ansicht von vorn.



5. Matthis ist in der Stadt unterwegs und sieht das linke Bild. Gib die Koordinaten seines Standortes auf dem rechten Bild[7] an.

6. Auf dem linken Bild links siehst du die Produktionshallen der Schwaaner Fischwaren GmbH. In diesem Jahr konnte eine Halle neu angebaut werden. Wo ist der Betrieb auf der Luftaufnahme aus dem Vorjahr zu finden? Gib die Koordinaten an.

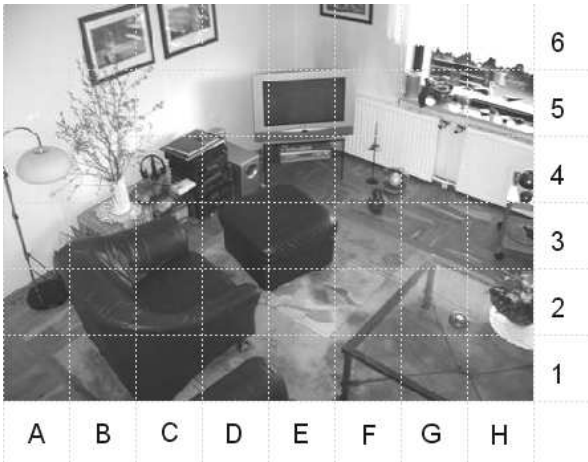


7. Die Luftaufnahme zeigt die Schwaaner Warnowbrücke, über die Annelie auf dem Weg zur Schule gehen muss. Wo befindet sie sich, wenn sie die Brücke wie auf dem linken Bild sieht? Gib die Koordinaten an.

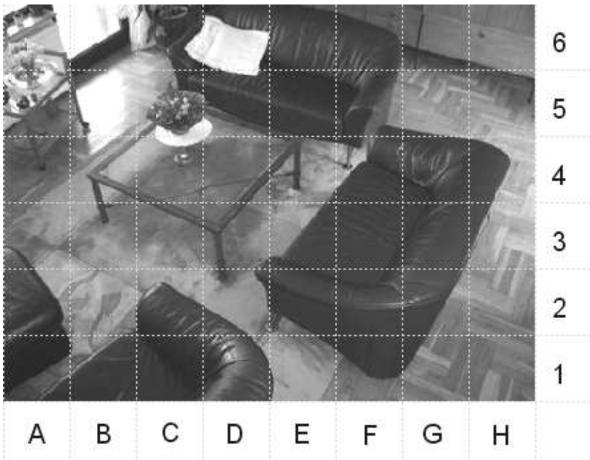
[7] Bildquellen: Luftaufnahmen: Sywan, Fischwaren GmbH, Schwaan; Torsten Schlutow, Schwaan; alle andere Bilder: Hedwig Sabelus, Schwaan

8. Auf dem linken Bild siehst du einen Teil des Wohnzimmers. Dackel Waldemar sieht das, was auf dem rechten Bild zu sehen ist. Wo müsste er sich dazu jeweils auf dem linken Bild befinden? Gib die Koordinaten an.

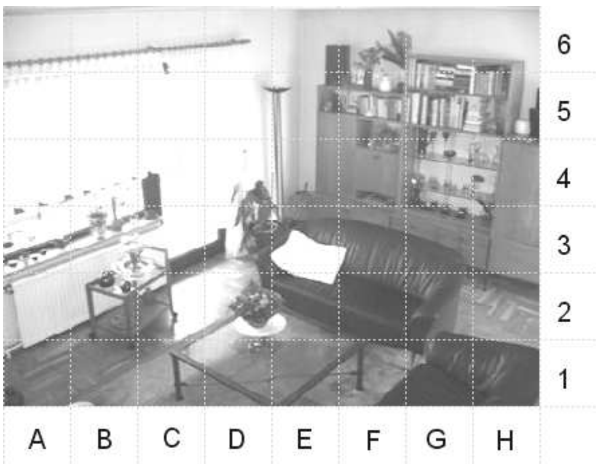
a)



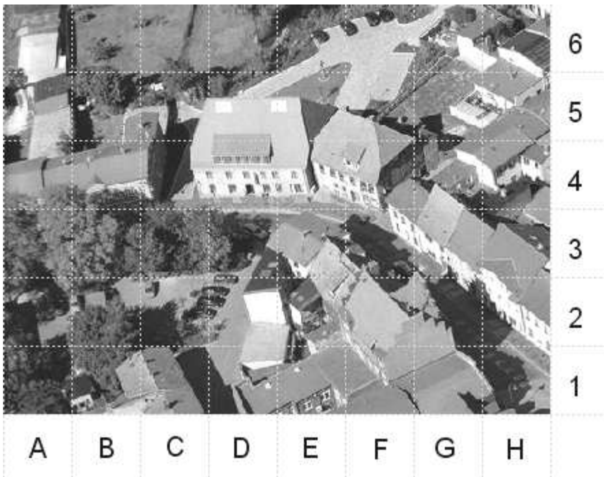
b)



c)



9. Gerrit fährt mit seinem Fahrrad zur Kunstmühle. Wo ist sein Standort auf der Luftaufnahme? Gib die Koordinaten an.



10. Die Bilder zeigen jeweils den Teil einer Klasse, darunter ist der Klassenspiegel.

Toni	Jan	Christian	Danny		
Thomas	Rico	Ronny		Andre	Maik
Christina	Melanie	Jennifer	Romy	Juliane	Manuel
Andre			Corinna		Kevin
	Tony	Andreas	Alex	Sebastian	Jaqueline

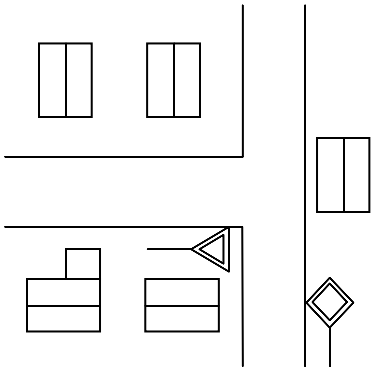
Lehrertisch

Beantworte die Fragen.

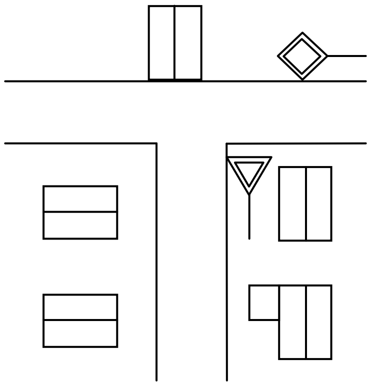
a) Wer fehlt in der Mittelreihe?
b) Wer fehlt offensichtlich in der Wandreihe?
c) Wer stützt auf beiden Bildern seinen Kopf in der Hand?
d) Wer sitzt links von Juliane (von ihr aus gesehen)?
e) Schaut der rechte Nachbar von Maik in die Kamera?
f) Ist der Schüler anwesend, der rechts hinter Melanie sitzt (von ihr aus gesehen)?

11. Herr Prächter sieht die Kreuzung so wie auf dem Bild. Welche Zeichnung könnte dazu passen?

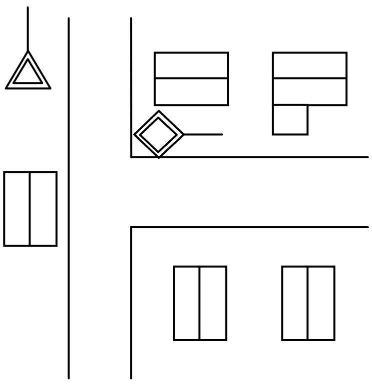
A



B



C



D