

Bildungsstandards und sicheres geometrisches Können

1. Aktuelle Entwicklungen

Bildungsstandards im Fach Mathematik:

- Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss
(Beschluss der KMK vom 04.12.2003)
- Bildungsstandards für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)
(Beschluss der KMK vom 15.10.2004)
- Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss
(Beschluss der KMK vom 15.10.2004)

Begründung der KMK:

„Durch PISA ist deutlich geworden, dass die Inputsteuerung allein nicht zu den gewünschten Ergebnissen führt. Hinzu kommt, dass die Ergebnisse der skandinavischen Staaten und einiger angloamerikanischer Staaten die (allerdings empirisch bisher nicht belegte) Vermutung stützen, dass Staaten, in denen eine systematische Rechenschaftslegung erfolgt – sei es durch regelmäßige Schulleistungsstudien, zentrale Prüfungen oder durch ein dichtes Netz von Schulevaluationen - insgesamt höhere Leistungen erreichen. Die Entwicklung und die Sicherung von Qualität ... bedürfen klarer Maßstäbe.“

Entwicklung und Implementation von Bildungsstandards, KMK, 2003

Beschlusslage:

Vereinbarungen der KMK vom 04.12.2003 und 15.10.2004:

Die Kultusministerkonferenz vereinbart:

1. Die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss (*Primarbereich, Hauptschulabschluss*) in den Fächern Deutsch, Mathematik, erste Fremdsprache werden von den Ländern zu Beginn des Schuljahres 2004/2005 (2005/2006) als Grundlagen der fachspezifischen Anforderungen für den Mittleren Schulabschluss (*Primarbereich, Hauptschulabschluss*) übernommen.
2. Die Länder verpflichten sich, die Standards zu implementieren und anzuwenden. Dies betrifft insbesondere die Lehrplanarbeit, die Schulentwicklung und die Lehreraus- und -fortbildung. Die Länder kommen überein, weitere Aufgabenbeispiele zu entwickeln und in landesweiten bzw. länderübergreifenden Orientierungs- und Vergleichsarbeiten oder in zentralen oder dezentralen Prüfungen festzustellen, in welchem Umfang die Standards erreicht werden. Diese Feststellung kann zum Abschluss der Jahrgangsstufe 10 (4, 9) erfolgen oder auch schon zu einem früheren Zeitpunkt getroffen werden, um Interventionen zu ermöglichen.
3. Die Standards und ihre Einhaltung werden unter Berücksichtigung der Entwicklung in den Fachwissenschaften, in der Fachdidaktik und in der Schulpraxis durch eine von den Ländern gemeinsam beauftragte wissenschaftliche Einrichtung überprüft und auf der Basis validierter Tests weiter entwickelt.

- Gründung eines Institutes zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) im Juni 2004, 14 Mitarbeiter, 2,5 Mill. Jahresetat von den Ländern,
Leiter: Prof. Olaf Köller, Aufgaben:
 - Entwicklung von Testverfahren zur Überprüfung der nationalen Bildungsstandards und Bereitstellung der Testaufgaben für die Bundesländer
 - Koordinierung und Kontrolle der einzelnen Landesprogramme zur Überprüfung der Standards

MV

- Beteiligung an der Entwicklung von Vergleichsarbeiten für die Klasse 4 (VERA) durch die Länder BB, BE, HB, MV, NRW, RP, SH
Vortest 2004: MV 1. Platz
- Erste Gespräche der Nordländer zur Entwicklung von gemeinsamen Testarbeiten in der Klasse 9
- Projekt der Universität Rostock und des LISA zur Entwicklung und Implementation von Mindeststandards für den mittleren Abschluss
bisher: Arbeiten mit Größen, Broschüre in der Erprobung: abrufbar unter:
<http://www.bildung-mv.de>
in Arbeit: Geometrisches Können
- Neuer Rahmenplan für die Grundschule
Gültig ab 2004; Gemeinsames Projekt der Länder Brandenburg (Federführung) Berlin, Bremen und Mecklenburg-Vorpommern

2. Übersicht über die Bildungsstandards zum Geometrieunterricht

2.1 Einordnung des Geometrieunterrichts

- **Bildungsstandards für den Primarbereich**

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen:

1. Zahlen und Operationen
2. Raum und Form (*gesamte Geometrie*)
3. Muster und Strukturen (*auch geometrische Muster*)
4. Größen und Messen
5. Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

- **Neuer Rahmenplan Grundschule**

Themenfelder:

1. Form und Veränderung (*gesamte Geometrie*)
2. Zahlen und Operationen
3. Größen und Messen
4. Daten und Zufall

- **Bildungsstandards für den Hauptschulabschluss und mittleren Abschluss**

Leitideen:

1. Zahl
2. Messen (*darunter: Inhaltsberechnungen für Figuren und Körper, Strecken- und Winkelberechnungen*)
3. Raum und Form (*übrige Geometrie*)
4. Funktionaler Zusammenhang
5. Daten und Zufall

2.2 Geometrische Inhalte der Standards und Pläne

– Bildungsstandards Primarbereich (Raum und Form):

Sich im Raum orientieren

- über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen
- räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen
- zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken (z.B. Würfelgebäuden) zueinander in Beziehung setzen (nach Vorlage bauen, zu Bauten Baupläne erstellen, Kantenmodelle und Netze untersuchen)

Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen

- Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen
- Körper und ebene Figuren in der Umwelt wieder erkennen
- Modelle von Körpern und ebenen Figuren herstellen und untersuchen (Bauen, Legen, Zerlegen, Zusammenfügen, Ausschneiden, Falten...)
- Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen

Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen

- ebene Figuren in Gitternetzen abbilden (verkleinern und vergrößern)
- Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen, beschreiben und nutzen
- symmetrische Muster fortsetzen und selbst entwickeln

Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen

- die Flächeninhalte ebener Figuren durch Zerlegen vergleichen und durch Auslegen mit Einheitsflächen messen
- Umfang und Flächeninhalt von ebenen Figuren untersuchen
- Rauminhalte vergleichen und durch die enthaltene Anzahl von Einheitswürfeln bestimmen

Verbindliche Ziele und Inhalte für den Geometrieunterricht im Rahmenplan für die Grundschule, (Auswahl)

Unterstrichen: neu im Vergleich mit Rahmenplan 1996

Ziele	Inhalte
<ul style="list-style-type: none">– ausgewählte Körper und ebene Figuren benennen und darstellen, skizzieren, zeichnen, (zer)legen, zusammensetzen, messen, formen, falten und schneiden– Objekte aus der Umwelt beschreiben und nach ihren mathematische Eigenschaften ordnen– Körper und ebene Figuren erkennen, benennen, beschreiben und darstellen zusammensetzen, (zer)legen– Beziehungen zwischen Körpern und ebenen Figuren beschreiben	<p>Kugel, Würfel, Quader, Pyramide, Kegel, Zylinder</p> <p>Ecke, Kante, Seitenfläche, gegenüberliegende Seitenflächen</p> <p>Dreieck, Viereck, Rechteck, Quadrat, Kreis <u>Parallelogramm</u>, Rhombus (Raute), Drachenviereck, Trapez</p> <p>Strecke, Punkt, Seite, gegenüberliegend und benachbarte Seiten</p> <p>Darstellungen von Körpern aus verschiedenen Materialien und von ebenen Figuren auf unterschiedliche Art und Weise</p> <p>Würfelbauten, Ergänzungen zu Würfelbauten <u>Freihandzeichnungen von Würfeln und Quadern</u></p> <p>Hilfsmitteln: Lineal, Dreieck, Zirkel, Schablonen,</p>

<ul style="list-style-type: none"> – identische und spiegelsymmetrische Bilder erkennen, benennen, vervollständigen und darstellen – <u>Beziehung zwischen Original und Bild bei Spiegelungen benennen</u> – <u>verschobene und gedrehte Figuren erkennen, benennen</u>, vervollständigen und herstellen 	<p>Spiegelung, Spiegelachse, deckungsgleich Figuren mit keiner, einer oder mehreren Symmetrieachse(n)</p> <p><u>Bild, Original, Symmetrie</u></p> <p><u>Verschiebung, Drehung</u></p> <p>drehsymmetrische Figuren</p> <p>schubsymmetrische Muster und Bordüren</p>
<ul style="list-style-type: none"> – vergrößerte oder verkleinerte Figuren erkennen, benennen, vervollständigen und herstellen – <u>Maßstäbliche Zeichnungen lesen</u> 	<p><u>maßstäbliches Vergrößern und Verkleinern Maßstab</u></p>
<ul style="list-style-type: none"> – Längen, Flächen und Körper bezüglich ihrer Abmessungen vergleichen – den Zusammenhang von Umfang und Flächeninhalt erkennen und beschreiben 	<p>länger als, kürzer als, gleich lang, größer als, kleiner als, gleich groß</p> <p>Fläche, Flächeninhalt, Umfang</p> <p>Einheitsquadratur, Einheitswürfel</p>

Nicht mehr als verbindlich enthalten: Radius, Geodreieck, räumliche Figur

– **Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss und den Hauptschulabschluss**

Leitidee Messen

Die Schülerinnen und Schüler

...

- berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren,
- berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder, *Kegel und Kugel* sowie daraus zusammengesetzten Körpern,
- *berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen, auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen und Ähnlichkeitsbeziehungen,*
- nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.

Leitidee Raum und Form

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt,
- operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern,
- stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar,
- stellen Körper (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen,
- *analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes,*
- beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, *Kongruenz, Ähnlichkeit, Lagebeziehungen*) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen,

- wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Konstruktionen, Berechnungen *und Beweisen* an, insbesondere den Satz des Pythagoras *und den Satz des Thales*,
- zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamischer Geometriesoftware,
- *untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen*,
- *setzen geeignete Hilfsmittel beim explorativen Arbeiten und Problemlösen ein*

Kursiv: nur Standard für mittleren Abschluss

2.3 Offene Probleme der Standards für den mittleren Abschluss

- Inhalt von Trapezen, Parallelogrammen fehlt
- Kegel und Kugel nicht in Hauptschule?
- Pyramidenstümpfe fehlen
- Berechnen von Streckenlängen nicht in Hauptschule?
- Was ist eine geometrische Figur, was ein geometrisches Objekt?
- Kenntnis von geometrischen Grundbegriffen fehlt
- Drehung, Verschiebung, Spiegelung fehlen
- Winkelsätze, Kongruenzsätze, Sätze am Kreis ...fehlen
- Unterschied „Zeichnen und konstruieren“? Skizzieren fehlt

3. Konsequenzen und Empfehlungen

- Abstimmung des Unterrichts insbesondere in Kl. 5/6 mit dem Mathematikunterricht in der Grundschule:
 - Lehrbücher sichten, Aufgaben zusammenstellen
 - Gespräche mit Grundschullehrerinnen
 - Anknüpfen an die Kenntnisse, Vorstellungen, Fertigkeiten und Gewohnheiten der Grundschüler: Von dem ausgehen, was Schüler schon wissen und können
- Beschäftigung mit dem OECD/PISA-Konzept des Mathematikunterrichts: „Mathematische Grundbildung ist die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht.“, d. h. insbesondere
- stärkere Berücksichtigung von folgenden Aufgabentypen:
 - Reale Anwendungssituationen
 - Aufgaben mit offenem Ende
 - Problemaufgaben (auch kleinere)
 - Aufgaben zum räumlichen Vorstellungsvermögen
 - Aufgaben mit Wahlantworten (Multiple-Choice)
- Stärkere Orientierung auf sicheres Wissen und Können
 „Eine solche Verwendung von Mathematik ist natürlich nur auf der Basis von umfangreichen mathematischen Grundkenntnissen und –fähigkeiten ... möglich.“ (Jan de Lange, Chefkoordinator von PISA)