



# Neue Methoden im Mathematikunterricht


---

Prof. Dr. Hans-Dieter Sill  
Universität Rostock  
MNU-Tage 2009  
<http://www.math.uni-rostock.de/~sill/>



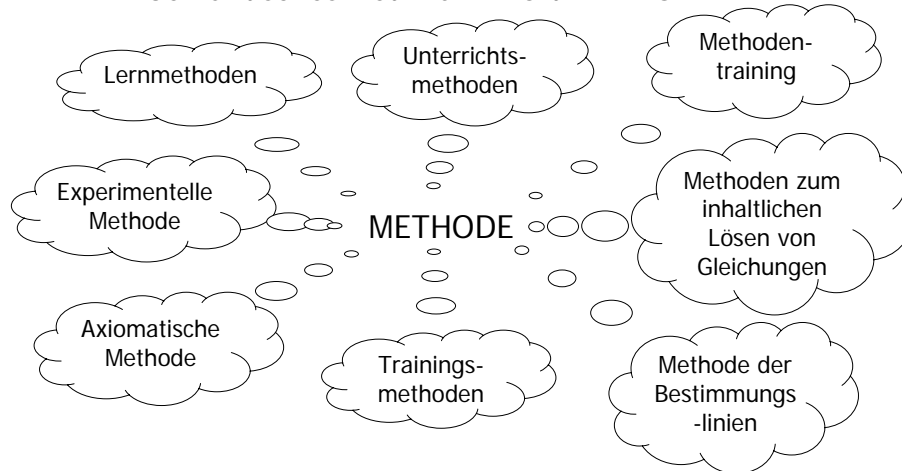
## Übersicht zum Vortrag

---

- Was ist eine Unterrichtsmethode?
- Was ist offener, schülerzentrierter, handlungsorientierter, ... Unterricht? 
- Sind die „Neuen Methoden“ Gradmesser für die Qualität des Unterrichts?
- Welche neuen Inszenierungstechniken sind geeignet?

## Was ist eine Unterrichtsmethode?

- Semantisches Netz zum Wort METHODE



## Bedeutungen des Wortes METHODE

- Auf einem Regelsystem beruhendes Verfahren zur Erlangung von Erkenntnissen oder praktischen Ergebnissen
  - Experimentelle Methode (Zufallsexperiment)
  - Heuristische Methoden (Rückwärtsarbeiten)
  - Methoden des Erfindens (Brainstorming)
- Art und Weise eines Vorgehens
  - Methoden des Unterrichtens
- Planmäßigkeit und Ordnung in etwas bringen
  - „Sein Vorgehen hat Methode.“

## Zum Begriff Unterrichtsmethode

H. Meyer: Unterrichtsmethoden I: Theorieband. 11. Aufl. Cornelsen, 2006:

- „**Unterrichtsmethoden** sind Formen und Verfahren, in denen und mit denen sich Lehrer und Schüler die sie umgebende natürliche und gesellschaftliche Wirklichkeit unter institutionellen Rahmenbedingungen aneignen.“
- „**Handlungsmuster** (Inszenierungstechniken) sind historisch gewachsene, von Lehrern und Schülern mehr oder weniger fest verinnerlichte Formen der Aneignung von Wirklichkeit.“
  - Lehrervortrag
  - Unterrichtsgespräche
  - Gruppenpuzzle

## Zum Begriff der Unterrichtsmethode

- „**Sozialformen** regeln die Beziehungsstruktur des Unterrichts.“ Es gibt nur 4 Formen: Frontalunterricht, Gruppenunterricht, Partnerarbeit, Einzelarbeit
- Die Überlegenheit einer Sozialform ist nicht nachweisbar.
- Methoden, Techniken, Sozialformen haben zwei Seiten:
  - Das von außen Sichtbare (*äußere Seite*):  
Was passiert? Was machen die Schüler?  
Wird und wie in Gruppen gearbeitet?
  - Die im Innern ablaufenden Prozesse beim Schüler und Lehrer (*innere Seite*):  
Welche geistigen Tätigkeiten laufen ab?  
Welche Kenntnisse werden erworben, gefestigt?  
Wie fühlen sich Schüler und Lehrer?

## Was ist Gruppenunterricht?

- Es ist mehr als die bloße Unterteilung einer Klasse in kleine Gruppen.
- Lehrer müssen eine kleingruppenorientierte Arbeitsaufgabe sorgfältig erstellen und vorbereiten.
- Die Schüler brauchen klare Anleitung sowie Anweisungen, um überhaupt Fähigkeiten zu entwickeln, die notwendig sind, um in kleinen Gruppen erfolgreich arbeiten zu können.
- Es muss vorher entschieden werden, wie die Arbeit der Gruppe in den Unterricht einfließt und wie sie bewertet wird.
- Man muss darauf achten, die richtige Mischung in den Gruppen zu erreichen.



## Konsequenzen der Begriffsexplikation

- Eine Unterrichtsmethode (der „methodische Gang“) im Mathematikunterricht beinhaltet die Gesamtheit der Vorgehensweisen und Interaktionen eines Lehrers und seiner Schüler zur langfristigen Aneignung von mathematischem Wissen und Können.  
*Beispiel:*  
Aneignung von Fähigkeiten im Lösen von Problemen, insbesondere von Sachaufgaben
- Man kann die Qualität des Unterrichts **nicht** durch (einmalige) Beobachtung einschätzen, da man nur die äußere Seite der Methode, Technik, Sozialform sieht.
- ⇨ Vortragsthema: „Neue Inszenierungstechniken“



## Unterrichtskonzepte

- „Unterrichtskonzepte sind Gesamtorientierungen methodischen Handelns.“
- Es gibt sehr viele ausgearbeitete und erprobte Konzepte:
  - Arbeitsschule (Georg Kerschensteiner, 1854-1932)
  - Projektmethode (John Dewey, 1859-1952)
  - Montessori-Pädagogik (Maria Montessori, 1870-1952)
  - Jena-Plan Schule (Peter Petersen, 1884-1952)
  - Freinet-Pädagogik (Célestin Freinet, 1896-1966)
  - Entdeckendes Lernen (Jerome Bruner 1970)
  - Erfahrungsbezogener Unterricht (1978)
  - Exemplarisches Lehren und Lernen (60er Jahre)
  - Genetisches Lernen (Wagenschein 1965)
  - Programmierter Unterricht (60er Jahre)

## Unterrichtskonzepte

- Problemorientierter Unterricht (60er Jahre)
- Offener Unterricht (70er Jahre)
- Projektorientierter Unterricht (70er Jahre)
- Schülerorientierter, schüleraktiver, schülerzentrierter Unterricht (70er, 80er Jahre)
- Wissenschaftsorientierter Unterricht (80er Jahre)
- Handlungsorientierter Unterricht (80er Jahre)
- Selbstreguliertes Lernen (80er Jahre)
- Alle Konzepte wurden von Pädagogen entwickelt und betreffen stets den *gesamten* Unterricht *aller* Fächer.
- Eine begriffliche Abgrenzung der Konzepte ist oft nicht möglich. Es gibt zahlreiche Überschneidungen.

## „Neue Methoden“ und Unterrichtsqualität

- Die Qualität des Unterrichts wird nicht primär durch die verwendeten Techniken bzw. Sozialformen bestimmt.
- Frontal- bzw. Gruppenunterricht sind nicht a priori gut oder schlecht.
- Z. B. haben folgende Elemente des Frontalunterrichts einen positiven Einfluss auf das „Lernen lernen“:
  1. Tägliche Wiederholung/Überprüfung der Hausaufgaben und, falls notwendig, erneutes Erklären oder Wiederholen,
  2. Vorstellung neuer Inhalte in kleinen Schritten,
  3. Angeleitete Übungen der Schüler und Kontrolle,
  4. Verbessern des Feedback und gezieltes Lob,
  5. Selbstständige Arbeit in der Schule und bei den Hausaufgaben mit einer hohen Erfolgsrate (über 90 %),
  6. Wöchentliche und monatliche Überprüfung des Gelernten.

## Was ist guter Unterricht?

- 10 Kriterien guten Unterrichts nach Hilbert Meyer: Was ist guter Unterricht. – Berlin : Cornelsen Scriptor, 2004
- in Auswertung zahlreicher und aufwändiger empirischer Studien
- geordnet nach Effektstärken des Lernerfolgs
  1. Klare Strukturierung des Unterrichts  
„roter Faden“ für Lehrer und Schüler gut erkennbar:  
Stimmigkeit von Zielen, Inhalten und Methoden,  
Folgerichtigkeit des methodischen Gangs:  
Aufgabenklarheit, Regelklarheit, Rollenklarheit
  2. Lernförderliches Klima  
gegenseitiger Respekt, verlässliche Regeln, gemeinsame Verantwortung, Gerechtigkeit des Lehrers, Fürsorge

## Was ist guter Unterricht?

3. Hoher Anteil echter Lernzeit
4. Inhaltliche Klarheit  
neue Inhalte sinnvoll in vorhandene kognitive Strukturen integrieren,  
„Wenn man Schülern die Beziehung zwischen bereits Gelerntem und dem noch zu Lernendem verdeutlicht, geschieht Lernen gründlicher und umfassender.“  
Bedeutung vorstrukturierender Lernhilfen
5. Individuelles Fördern  
Bsp.: Tutorenbetreuung
6. Intelligentes Üben  
Schüler brauchen genügend Möglichkeiten, um das Gelernte zu üben und anzuwenden

## Was ist guter Unterricht?

7. Methodenvielfalt  
mit Zielen und Inhalten abgestimmte Vielfalt an Sozialformen, Handlungsmustern, Techniken
8. Transparente Leistungserwartungen und klare Rückmeldungen  
angemessene und positive Erwartungen formulieren und sich dafür verantwortlich fühlen
9. Vorbereitete Umgebung  
gute Ordnung, funktionale Einrichtung, brauchbares Lernwerkzeug
10. Sinnstiftendes Kommunizieren  
Fragen so anlegen, dass sie bei Schülern eine längere strukturierte Beschäftigung auslösen

## Was ist guter Unterricht?

Ergebnisse empirischer Forschungen:

- Lehrerzentrierter, vorrangig frontaler Unterricht ist erfolgreicher beim fachlichen Lernen.
- Offener Unterricht (ziel-, inhalts- und methoden-differenzierter Unterricht) ist erfolgreicher beim Methodenlernen, beim sozialen Lernen und der Entwicklung des Selbstvertrauens und der Selbstwirksamkeitskonzepte der Schüler.

Aber auch:

- Schüler in kleinen eigenverantwortlich arbeitenden Gruppen können einander gegenseitig unterstützen und so Lernerfolge gegenseitig fördern.
- Werden vielfältige Lehrmethoden eingesetzt, die den Unterricht an einzelne Schüler und kleine Gruppen anpassen, erhöht dies den Lernerfolg.

## Bedeutung vorstrukturierender Lernhilfen

- Die Vorstrukturierung von Lernprozessen (advance organizers) hilft den Schülern, sich auf die Schlüsselprobleme zu konzentrieren, indem es ihnen ermöglicht voranzusehen, welche Punkte wichtig für das Lernen sind. Es kann außerdem motivierend sein zu verstehen, in welcher Reihenfolge sich Dinge entwickeln, wie sie miteinander zusammenhängen. Wenn Schüler nur einfach einen Inhalt nach dem anderen lernen, können ihnen die Dinge, mit denen sie sich beschäftigen, als willkürlich erscheinen.





## Individuelles Fördern

- In Dutzenden von Studien ist die hohe Wirkung der Tutorenbetreuung für das Lernen belegt worden. Besonders große Erfolge zeigt es im Mathematikunterricht.
- Betreuung durch Gleichaltrige hat fast den gleichen Erfolg wie Betreuung durch den Lehrer. Wenn es über einen längeren Zeitraum geübt wird, kann es in einigen Fällen sogar den gleichen Erfolg haben.
- Nachweislich fördert die Betreuung durch gleichaltrige Tutoren sowohl den Betreuten wie auch den Betreuer.

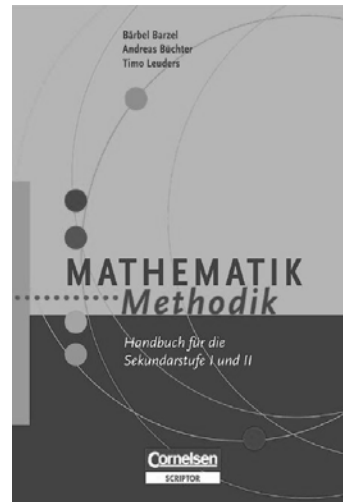


## Einige neue Inszenierungstechniken

- Merkmale und Funktionen der neuen Techniken
  - Zentrales Anliegen: Erhöhung der geistigen Aktivität möglichst vieler Schüler: Alle sind beschäftigt.
  - Nutzen des Wechselverhältnisses von Lehren und Lernen: Schüler lehren Schüler.
  - Geeignete Kombination der Sozialformen: Einzelarbeit  $\Leftrightarrow$  Partnerarbeit  $\Leftrightarrow$  Gruppenarbeit
  - Verbesserung des Arbeitsklimas, Disziplinierung der Schüler

## Einige neue Inszenierungstechniken

- Methodenwelle: Zeit der Pädagogen, Bildungsforscher und der „Superpädagogen“: Vera Birkenbihl, Heinz Klippert, Wolfgang Endres
- Zahlreiche Publikationen zu „neuen“ Aufgaben und „neuen Methoden“, z. B.: Barzel/Büchter/Leuders: 31 „Methoden“ vorgestellt, davon nach Urteil der Fachberater:
  - 8 bekannte Formen: Experimentieren, Gruppenarbeit, Freiarbeit, Hausaufgaben, Poster, Präsentation, Projekt, Spiele: Memory, Domino, Zahlen würfeln



## Einige neue Inszenierungstechniken

- 9 wenig oder nicht geeignete Vorschläge
- 5 weniger bekannte, geeignete aber aufwändige Techniken:
  - Gruppenpuzzle
  - Lerntagebuch/Journal, Reisetagebuch, Logbuch, Forschungsheft
  - Mindmap
  - Portfolio/Sammelmappe
  - Stationenzirkel/Lernen an Stationen, Lernzirkel, Lernwerkstatt, Lerntheke
- 9 geeignete, weniger bekannte Techniken, davon:
  - 6 universelle Techniken
  - 3 Techniken zur Festigung von Begriffen

## Universelle Techniken

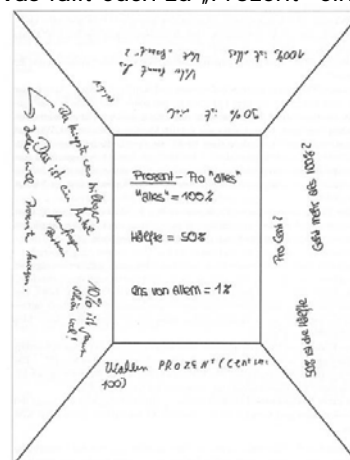
- Ich-Du-Wir
  - Geeignet für Problemlösephasen:
    - 1. Phase: Jeder überlegt für sich allein.
    - 2. Phase: Austausch der Ideen mit einem Partner
    - 3. Phase: Partner stellen Ideen in der Klasse oder in einer Gruppe vor (danach in der Klasse)
  - Frontaler Wechsel der Phasen
- Mathe-Quiz, Wer wird Mathe-Millionär?
  - Fragen mit 4 Antwortmöglichkeiten
  - Aufwändige Erstellung  $\Rightarrow$  Projekt



## Universelle Techniken

- Placemate (Platzdeckchen):
  - Gruppentische, 4 Schüler, A3-Blatt in der Mitte, eingeteilt
  - jeder schreibt in ein Feld, ohne zu sprechen
  - Blatt mehrfach drehen zum Lesen, ohne zu sprechen
  - Schüler besprechen Eintragungen in der Gruppe, einigen sich auf gemeinsame Antwort und tragen diese in mittleres Feld ein
  - Geeignet für Sammlung von Vorkenntnissen, Reaktivierung, Ideensammlung

Was fällt euch zu „Prozent“ ein?



## Universelle Techniken

- Schreibgespräch
  - Einsatz wie Placemate: Einsatz polyvalenter Aufgaben
  - Jeder schreibt auf ein leeres Blatt.
  - Mehrfaches Weitergeben des Blattes in der Gruppe, Lesen und Fortsetzen, Gespräche nicht erlaubt
  - Formen der Auswertung:
    - Jeder stellt sein Blatt vor.
    - Auswertung in der Gruppe, vorstellen in der Klasse
- Tandemübung
  - Jeder Schüler entwickelt Aufgaben und stellt sie seinem Partner, der diese löst.
  - Die Partner überprüfen gegenseitig die Lösungen und diskutieren Probleme und Entdeckungen

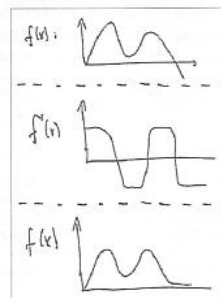
## Beispiel für Tandemaufgabe

1. Stelle mindestens drei Aufgaben, bei denen das arithmetische Mittel einer vorgegebenen Datenreihe berechnet werden soll.  
Das Ergebnis soll bei allen Aufgaben gleich sein.
2. Tausche deine Datenreihen mit denen deines Tischnachbarn/deiner Tischnachbarin aus und berechne jeweils das arithmetische Mittel der erhaltenen Datenreihen.  
Zum Nachdenken: Hat er/sie es geschafft, dass alle Datenreihen das gleiche arithmetische Mittel haben?  
Korrigiert die Datenreihen gegebenenfalls.
3. Besprecht anschließend eure Bearbeitungen und helft einander, wo es erforderlich ist. Überlegt zusammen, wie man ganz einfach möglichst viele verschiedene Datenreihen mit demselben arithmetischen Mittel finden kann.

## Universelle Techniken

### ■ Stille Post

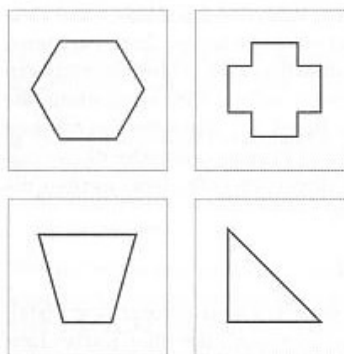
- Vereinbaren der 2 Darstellungen
- Mündliche (flüstern) oder schriftliche Weitergabe (gefaltete Zettel)
- Nach mehreren Runden Auswertung
- Varianten:
  - ein Zettel durch Lehrer vorbereitet
  - Vorbereitete Zettel in Gruppen
  - jeder Schüler ein Startbeispiel
- Beispielpaare:
  - Funktion - Ableitung
  - Größe – Gegenstand
  - Schrägbild – Beschreibung
  - Term - Sachsituation



## Techniken zur Festigung von Begriffen

### ■ Passt! - Passt nicht!

- Ein Schüler wählt eine Regel aus und hält sie geheim.
- Ihm werden Objekte gezeigt und er sagt, ob sie die Regel erfüllen. Die Objekte werden entsprechend angeordnet.
- Die anderen Schüler müssen die Regel erraten.



- Mögliche Entscheidungsregeln:
- Die Figur hat keine rechten Winkel.
  - Die Figur hat mehr als 4 Ecken.
  - Die Figur hat parallele Seiten.
  - Die Figur hat eine Spiegelachse.

## Techniken zur Festigung von Begriffen

- Steckbrief
  - Jeder Schüler wählt ein Objekt aus und verfasst einen Steckbrief.
  - Die Briefe werden vorgelesen.
  - Wer erkennt das gesuchte Objekt als erster?
- Was bin ich? (Begriffe raten)
  - Ein Schüler denkt sich einen Begriff aus.
  - Er beantwortet die Fragen der anderen nur mit Ja oder Nein.

