

6 Aneignung von Begriffen

6.1 Theoretische Grundlagen

6.1.1 Grundlagen aus anderen Wissenschaften

a) Umgangssprache:

Begriff = Wort, Begriff = Definition (*oft im Denken von Mathematikern*), für Lernprozesse ungeeignete Bedeutungen

b) Sprachwissenschaft (Semantik):

(das) Semem: eine Bedeutung eines Wortes,

(das) Sem: die kleinste Einheit eines Semems

Synonyme, Polysemie, Antonymie (Konversivität, Komplementarität), Metonymie (Prozess – Resultat)

c) Erkenntnistheorie (Epistemologie):

Entstehung von Begriffen (Theorien) im Denken von Subjekten durch Abstraktion realer Erscheinungen (Entitäten); Problem: begriffliche Widerspiegelung der Dialektik des Objektes (Bsp. Licht, Dreieck); Wechselverhältnis Objekt - Subjekt

d) Formale Logik:

Ein Begriff ist eine **komplexe Gesamtheit von Gedanken** über Unterscheidungsmerkmale einer Klasse von Objekten. Unterscheidung von Umfang und Inhalt von Begriffen

e) Psychologie, Neurowissenschaften:

- (1) *Modell der Speicherung von Begriffen im Gedächtnis (Klix)*
semantisches Netz: Knoten (Sinneinheiten), Kanten (Wegstrecken bei Gedächtnisleistungen)
- (2) *Begriffe sind räumlich-zeitliche Aktivitätsmuster im semantischen Gedächtnis. Sie entstehen durch Langzeitpotenzierung.*
- (3) *Lernen eines Begriffes heißt Ausbilden geistiger Handlungen. Die Grundhandlungen sind*
 1. **Identifizieren** des Begriffs (Bezeichnen eines gegebenen Objektes mit dem Begriffswort)
 2. **Realisieren** des Begriffs (Vorstellen oder Herstellen eines Repräsentanten bei Nennen des Begriffswortes)
- (4) *Neue Begriffe sollten in vorhandene Netze integriert werden.*
- (5) *Begriffe entwickeln sich im Kopf des Lernenden.*
- (6) *Die Entwicklung verläuft spiralförmig und wird durch das Wechselverhältnis von inhaltlichen und formalen Aspekte bestimmt.*

(7) Qualitätsparameter von Kenntnissen

- Grad der Übereinstimmung mit dem Wissen
 - (1) Objektivität („Richtigkeit“)
 - (2) Allgemeinheit
 - (3) Systemhaftigkeit
 - (4) Anschaulichkeit
- Beziehungen zu
 - (5) Geistigen Fähigkeiten: Disponibilität
 - (6) Einstellungen: Sinnhaftigkeit
- Grad der Verfestigung im Gedächtnis
 - (7) Dauerhaftigkeit (Abrufbarkeit)
 - (8) Widerstandsfähigkeit

(8) Rolle von Prototypen

Begriffe im Gedächtnis oft durch Prototypen für Beispiele und Gegenbeispiele repräsentiert, entstehen bei erster Begegnung mit Begriffswort, gelangen beim Erinnern als erstes ins Bewusstsein

6.1.2 Begriffsarten in der Mathematik:

1. Objektbegriffe
2. Eigenschaftsbegriffe
3. Relationsbegriffe
4. Operationsbegriffe

6.1.3 Unterschied Begriff – Definition

formale Logik: explizite Definition: Definiendum Definiens_{def.}

Anforderungen: z. B. nicht über- und nicht unterbestimmt, zirkelfrei

6.1.4 Möglichkeiten zur Angabe von Definitionen in der Mathematik

1. explizite Definitionen über einen Oberbegriff und den Artunterschied
2. explizite Definition durch Angabe einer Bezeichnung für ein Objekt, eine Relation oder Operation
3. genetische Definition
4. implizite Definition, z.B. rekursive Definition, axiomatische Definition

6.1.5 Planung von Lernprozessen zur Aneignung von Begriffen

- (1) Für zentrale Begriffe (Leitbegriffe) ist eine globale Planung der stufenweisen Entwicklung erforderlich.
- (2) Die lokale Planung sollte stets aus Sicht der globalen Entwicklung erfolgen, d. h. es ist zu bestimmen, welche Gesamtheit von Gedanken
 - a) vor der Erarbeitung vorhanden ist und
 - b) nach der Erarbeitung und Festigung vorhanden sein sollen.
- (3) Die Motivation, einführende Beispiele und erste Aufgaben sind so zu wählen, dass die neuen Gedanken möglichst gut in vorhandene Netze im Kopf der Schüler integriert werden können.
- (4) Das aktuelle, subjektiv empfundene „Verstehen“ von sprachlichen Äußerungen eines Lehrers durch Schüler hat nur geringe Bedeutung für den Lernprozess.
- (5) Zur Ermittlung geeigneter Beispiele und Gegenbeispiele müssen die relevanten und irrelevanten Merkmale des Begriffs bestimmt werden.

6.2 Vorgehensweisen zur Erarbeitung von Begriffen

6.2.1 Induktives Vorgehen

- Vorbereitung des Lehrers: Auswahl von geeigneten Beispielen und Gegenbeispielen durch Analyse der Merkmale des Begriffs
- Vorgehen im Unterricht:
 1. Motivierung und Zielorientierung
 2. Bereitstellen von Untersuchungsobjekten durch den Lehrer
 - Variante 1:*
Vorgabe von zwei Mengen, die jeweils nur Beispiele bzw. nur Gegenbeispiele enthalten
 - Variante 2:*
Vorgabe einer Menge, die sowohl Beispiele als auch Gegenbeispiele enthält
 3. Ermitteln von gemeinsamen und unterschiedlichen Merkmalen der Objekte
 - bei Variante 1:*
Vergleich der Merkmale der Objekte der beiden Mengen

bei Variante 2:

- *Wenn das Begriffswort bekannt ist:*
Einteilen der ungeordneten Menge von Objekten in Beispiele und Gegenbeispiele entsprechend der bisherigen Vorstellungen der Schüler zum Wort, Begründung der Einteilung, Analyse der "Streitfälle"
 - *Wenn es nur wenige deutliche Unterscheidungsmerkmale der Objekte gibt:*
Einteilen der ungeordneten Menge von Objekten in Gruppen, Bestimmen des Merkmals, nach dem die Einteilung vorgenommen wurde
 - *Wenn es viele zu betrachtende Merkmale gibt:*
Feststellen von gemeinsamen und unterschiedlichen Merkmalen der Objekte durch Vergleich mit einem ausgewählten Beispiel
4. Nennen des Begriffswortes (wenn nötig) und Formulieren eines Systems wesentlicher Merkmale durch den Lehrer, eventuell in Form einer Definition

6.2.2 Konstruktives Vorgehen

1. Motivierung und Zielorientierung
2. Herstellung eines oder mehrerer Repräsentanten durch die Schüler ausgehend von allgemeinen Forderungen oder Bedingungen, die bereits wesentliche Merkmale beinhalten
3. Bestimmen der Merkmale des bzw. der konstruierten Objekte, Diskussion möglicher Verallgemeinerungen
4. Nennen des Begriffswortes (wenn nötig) und Formulieren eines Systems wesentlicher Merkmale durch den Lehrer, eventuell Erarbeitung einer Definition

6.2.3 Deduktives Vorgehen

1. Motivierung und Zielorientierung
2. Vorgeben der Definition bzw. eines Systems wesentlicher Merkmale durch den Lehrer oder einen Lehrbuchtext
3. Ausdeuten der Definition bzw. des Merkmalsystems, Herstellen von Beziehungen zu Nachbarbegriffen

6.2.4 Vergleich der Vorgehensweisen

a) *Induktives Vorgehen*

(1) Vorteile:

- gute Vorbereitung der Integration in vorhandene Netze
- Schüler können Begriffserklärung selbst finden
- sprachlich-logische Schulung möglich

(2) Einsatzempfehlung: wenn sinnvolle Gegenbeispiele möglich

b) *Konstruktives Vorgehen*

(1) Vorteile:

- wie induktives Vorgehen
- Nicht nur UG auch schriftliche Aufgaben möglich

(2) Einsatzempfehlung: wenn keine sinnvollen Gegenbeispiele möglich, bei Operationsbegriffen günstig

c) *Deduktives Vorgehen*

(1) Vorteile:

- Zeitsparend bis zur Angabe der Begriffserklärung, aber anschließend gleicher Aufwand wie andere Vorgehensweisen
- Vorbereitung auf selbständiges Lernen

(2) Voraussetzung: alle vorkommenden Begriffe sind angeeignet

(3) Einsatzempfehlung: bei Bezeichnungen für bekannte Objekte; in oberen Klassen gelegentlich zur Studien-/Berufsvorbereitung

6.3 Möglichkeiten zum Festigen von Begriffen

1. Identifizieren von Begriffen

- a) Prinzip: Alle wesentlichen Merkmale sind zum Gegenstand der Identifizierung zu machen, d.h.
 - für Beispiele: **alle irrelevanten Merkmale variieren**
 - für Gegenbeispiele: **jedes relevante Merkmal einmal vernachlässigen**
- b) Möglichkeiten zur Erhöhung der Anforderungen:
 - (1) ein Objekt – ein Begriff
 - (2) ein Objekt – mehrere Begriffe oder mehrere Objekte – ein Begriff Bsp.: Vierecke
 - (3) mehrere Objekte - mehrere Begriffe, Bsp.: Vierecke
- c) Möglichkeiten zur Vielseitigkeit der Aufgabenstellung
 - (1) Beispiele durch Variieren eines irrelevanten Merkmals
 - (2) Gegenbeispiele durch Vernachlässigen genau eines relevanten Merkmals
 - (3) Sonder- bzw. Spezialfälle
 - (4) Grenz- bzw. Extremfälle
 - (5) Untersuchen außermathematischer Objekte
Beispiel: Winkel

2. Realisieren von Begriffen

a) Erhöhung der Anforderungen

- (1) keine zusätzlichen Bedingungen
- (2) eine oder mehrere zusätzliche Bedingungen
- (3) zusätzliche Bedingungen, die weiteres Wissen erfordern

b) Vielseitigkeit der Aufgabenstellung

- (1) Aufgaben mit mehreren Lösungen
- (2) nichtlösbare Aufgaben
- (3) Umkehraufgaben (nur bei Operationsbegriffen)

3. Anwenden von Begriffen

möglich beim Beweisen, Definieren, Lösen von Sachaufgaben

4. Systematisieren von Begriffen

Herstellen von Beziehungen zu Unter-, Ober- oder Nebenbegriffen

mögliche Darstellungen: Begriffsgraph, Mengendiagramm