Rostock. Math. Kolloq. **67**, 39–58 (2012)

Subject Classification (AMS)
00A06,85A99,01A99

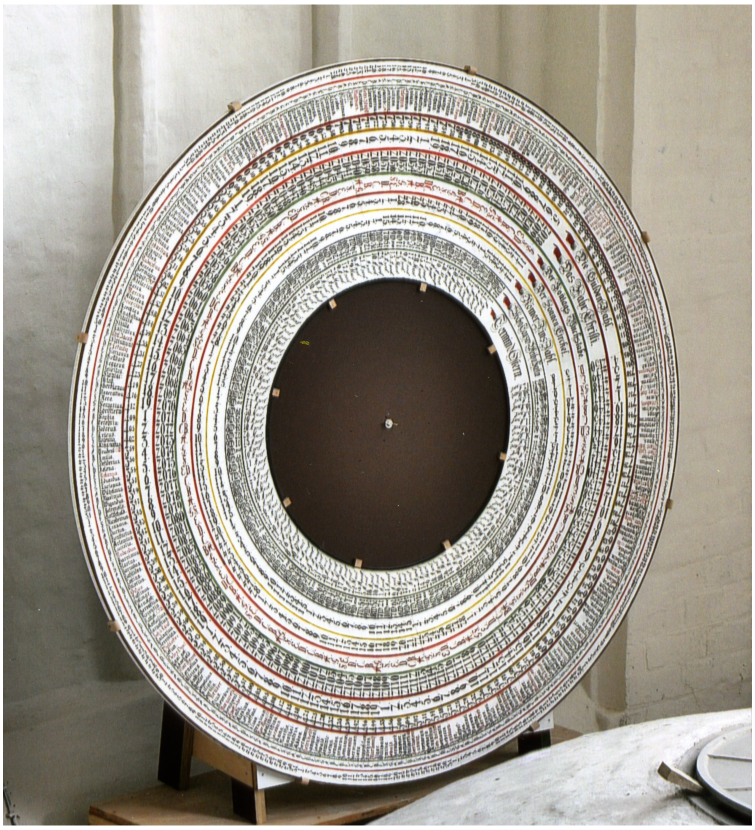
Klaus – Dieter Drews

Betrachtungen zur Osterfestterminierung – auch als Reverenz für die Astronomische Uhr in Rostocks St.-Marien-Kirche und ihre neue Kalenderscheibe

Weil die jetzige Kalenderscheibe der St.-Marien-Uhr in denjenigen Angaben, welche sich auf zugeordnete Jahre beziehen, die Zeitspanne von 1885 nur bis 2017 erfaßt, ist für die wiederum 133 Jahre von 2018 bis 2150 bereits eine neue solche Scheibe gefertigt worden, als Deckplatte für die alte, und steht vorläufig separat in der Kirche. Die Vorlage der neuen Beschriftung wurde von Herrn M. Schukowski erstellt, unter Berücksichtigung einer Modifikation in den Rostocker Sonnenaufgangszeiten (s. [4]). Alle Angaben sowohl der neuen als auch der alten Kalenderscheibe enthält umfassend dokumentiert das jüngst erschienene Heft [11]. Wir werden die Scheibe darum hier nicht in Gänze beschreiben, sondern im wesentlichen die für unsere Zwecke prägnanten Teile als Anregung heranziehen.

Neue Kalenderscheibe in der Werkstatt, Foto M. Mannewitz

Im innersten Kreis der neuen Scheibe stehen die Daten der Ostersonntage von 2018 bis 2150. Die Angabe dieser Festtagsdaten sei uns Anlaß, Grundlagen ihrer Festlegungen zu erläutern, als notwendige Rekapitulation, um Gründe und sich ergebende Folgerungen darstellen zu



Auf einer Empore in St.-Marien, Foto M. Mannewitz

können. Wir werden keine fertige ‚Osterformel' heranziehen, unsere Ausführungen halten jedoch alles bereit, um jederzeit einen beliebigen Ostertermin (mit der Hand) bestimmen zu können, unser Blick hier ist aber eher auf den Ablauf der Termine in gewissen Zeitabschnitten und die ursächlichen Zusammenhänge gerichtet. – Den Zugang zum aufgegriffenen Thema hat mir schon vor Jahren die Arbeit [2] von S. Deschauer wesentlich erleichtert.

1 Tages- und Sonntagsbuchstaben

Die Tage des Jahres vom 1. Januar bis zum 31. Dezember, unter Aussparung des 29. Februars, bilden den äußersten Kreisring auf der Scheibe. Sie sind im zweiten Kreis mit den sieben Tagesbuchstaben A bis G zyklisch wiederkehrend gekennzeichnet, vom 1. Januar mit A, dem 2. mit B usw. bis zum 31. Dezember auch wieder mit A. Weiter innen findet man zu jedem Jahr (der erfaßten Zeitspanne) den Sonntagsbuchstaben, alle Tage dieses Buchstabens sind im besagten Jahr Sonntage. In Schaltjahren müssen es zwei Sonntagsbuchstaben sein, der erste Buchstabe gültig bis zum 28. Februar, der zweite, zyklisch alphabetisch vorhergehende, gültig ab 1. März; durch den zu berücksichtigenden 29. Februar liegen die Daten der Sonntage danach nämlich einen Tag eher. Die Bestimmung von Sonntagsterminen ist eines der Erfordernisse zur Osterfestterminierung, wozu die Sonntagsbuchstaben dienen können.

Unmittelbar vor der Scheibe stehend oder auch unter Vorlage des genannten Heftes [11] läßt sich für jedes Datum der erfaßten Zeitspanne der zugehörige Wochentag bestimmen:

Den Sonntagsbuchstaben des gewünschten Jahres aufsuchen und dann den Wochentag des gewünschten Datums vom nächstgelegenen Sonntag aus abzählen.

Vor der Uhr stehend wird diese Möglichkeit ab 2018 für zurückliegende Daten (evtl. den eigenen Geburtstag) wegen der fehlenden Sonntagsbuchstaben vielleicht zunächst vermißt werden. Aber:

> Auch für Jahre außerhalb der Zeitspanne auf der Scheibe lassen sich (mit der Scheibe!) zugehörige Sonntagsbuchstaben bestimmen.

Nach jedem 31. Dezember und nach jedem 29. Februar wechselt nämlich der Sonntagsbuchstabe in der Folge A bis G zyklisch um eine Position zurück. In 28 Jahren mit 7 Schalttagen ergeben sich 35 Wechsel, ein Vielfaches von 7 Wochentagen:

> Nach 28 Jahren wiederholt sich die Folge der Sonntagsbuchstaben.

Auf welchen Wochentag fiel der 27. April 1942? Es ist das Datum der letzten von vier aufeinanderfolgenden Nächten, in denen Rostock bombardiert wurde, 2012 gab es nach genau 70 Jahren ein Gedenkkonzert in der St.-Marien-Kirche, die damals – mit ihrer Uhr – vor der Zerstörung bewahrt blieb:

$1942 + 3 \cdot 28 = 2026$, Sonntagsbuchstabe D, der 27. April hat E, es war ein Montag (drei Wochen nach Ostermontag 1942, was vorläufig natürlich noch die jetzige Scheibe zeigt). Wenn später einmal jemand den Wochentag des 21. März 2185 wissen möchte (es wäre auch der 500. Geburtstag Johann Sebastian Bachs), so ist $2185 - 2 \cdot 28 = 2129$, So-Buchstabe B, der 21. März hat C, es wird ein Montag sein.

> Zu diesem Werkzeug muß aber die nachfolgende Ergänzung beachtet werden.

Liegt in 28 Jahren ein Säkularjahr ohne Schalttag (z. B. 1800, 1900, 2100), so entfällt eine der oben erwähnten Zurücksetzungen. Der 28 Jahre später abgelesene So-Buchstabe ist also eine Position zu wenig zurückgesetzt, für das Ausgangsjahr gilt der um eine weitere Position zurückgesetzte.

Weiter hinten werden wir uns z. B. für die Sonntage Ende März in den Jahren 1731, 1739, 1742 bzw. 1723 interessieren. Addiert man jeweils $11 \cdot 28 (= 308)$, so ergeben sich 2039, 2047, 2050 und 2031 mit den So-Buchstaben B, F, B und E; diese müssen nun je um zwei Positionen (1800, 1900) zurückgesetzt werden auf G, D, G, C, und entsprechen dann dem 25., 29., 25. bzw. 28. März.

2 Die Wurzeln der Osterfestterminierung

Allenthalben lexikalisch überliefert ist die Bestimmung des Konzils von Nizäa im Jahre 325, Ostern falle immer auf den ersten Sonntag nach dem ersten Frühlingsvollmond. Ostern, das Fest des Gedenkens an die Auferstehung Christi, hat für die Christenheit eine zentrale Bedeutung. Sein bewegliches Datum bestimmt auch die Daten für andere Feste des Jahres, wie Christi Himmelfahrt, 40 Tage ab Ostersonntag, Pfingsten, 50 Tage ab oder 7 Wochen nach Ostersonntag, und in evangelischer Zählung den Sonntag Trinitatis, als den Sonntag nach Pfingsten, und sodann die Anzahl der Sonntage nach Trinitatis, vom 1. bis maximal zum 27. Sonntag nach Trinitatis, jedenfalls bis zum letzten Sonntag des Kirchenjahres, dem Sonntag vor dem 1. Advent. Die zitierte Festlegung des Ostertermins gibt allerdings keinen Eindruck vom langen Bemühen um eine Einigung darauf und um eine schließlich allgemeine Akzeptanz, worüber in [1] ausführlich berichtet wird.

Im Jahre 525 hat Dionysius Exiguus die Grundlagen für eine formale Bestimmung des Osterdatums gelegt; sie basieren einerseits auf Erkenntnissen schon des Altertums und sind andererseits (unter einigen dann nötigen Ergänzungen) weiterhin gültig. Bereits 400 v. Chr. kannte Meton den 19jährigen Mondzyklus: Nach 19 Jahren (von je $365,25d$) steht der 235. Vollmond wieder an der Ausgangsposition! Wegen $19 \cdot 365,25d/235 = 29,5308\ldots d$ hat man in $29,53d$ einen exzellenten Näherungswert für eine *Lunation*, der Zeit zwischen zwei identischen Mondphasen, auch *synodischer* Monat genannt (heute gilt $29,530\,588\,853d$).

> Das Datum des ersten Frühlingsvollmonds heißt *Ostergrenze*,
> Frühlingsanfang wird auf den 21. März festgelegt; die Ostergrenzen liegen daher im Intervall der 30 Tage vom 21. März bis zum 19. April.

Nun gilt $$-11d < -10,89d = 12 \cdot 29,53d - 365,25d$$
und $$13 \cdot 29,53d - 325,25d = 18,64d < 19d\,.$$

> Von einem Jahr zum nächsten kommt die Ostergrenze also entweder nach 12 Lunationen und liegt dann (notwendig auf ganze Tage gerundet) 11 Kalendertage eher oder nach 13 Lunationen und dann 19 Tage später.

Für den 19jährigen Mondzyklus war ein entsprechender Ostergrenzen-Zyklus zu finden. Dabei ist schon klar:

> Liegt eine Ostergrenze im April, so liegt die des Folgejahres 11 Tage eher, liegt sie dagegen im März, so liegt die des Folgejahres 19 Tage später.

Denn im April wäre ‚$19d$ später‘ nach dem 19. April, im März ‚$11d$ eher‘ vor dem 21. März.

Man setzt $$a = \text{mod (Jahreszahl, 19)}.$$

(a ist der kleinste nicht negative Rest bei Division der Jahreszahl durch 19.) In $a+1$ hat man die *Goldene Zahl* des Jahres, als „Die Gülden Zahl“ findet sie sich auf der Kalenderscheibe in einem Ring direkt neben den Jahreszahlen.

Dionysius wählte das Jahr 532, für das $a = 0$ gilt, als Anfang des Zyklus und dazu die Ostergrenze 5. April als damalige astronomische Gegebenheit.

> Die Festlegung der Ostergrenze des Jahres 532 auf den 5. April ist Wurzel für sämtliche Osterfestterminierungen.

Für ‚Ostergrenze‘ möge hinfort die profane Abkürzung OG erlaubt sein.

Zunächst erhält man mit den soeben genannten Regeln den OG-Zyklus ab 532:

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
OG	5	25	13	2	22	10	30	18	7	27	15	4	24	12	1	21	9	29	17
	A	M	A	A	M	A	M	A	A	M	A	A	M	A	A	M	A	M	A.

Dieser OG-Zyklus gilt im Julianischen Kalender; aber aus ihm folgen später alle weiteren OG-Zyklen im Gregorianischen Kalender.

Es sind hier 7 März- und 12 Apriltermine, mit jeweils 13 bzw. 12 Lunationen bis zum Folgetermin, zusammen die 235 Lunationen in 19 Jahren. Beim Schließen des Zyklus von $a = 18$ auf $a = 0$ kommt die OG übrigens $12d$ eher, statt der sonst üblichen $11d$. Dies Resultat (auch *Mondsprung* genannt) wird hingenommen, weil alle Termine auf volle Tage gerundet sind, die Festsetzungen grundsätzlich formal geschehen und sich nicht mehr direkt an astronomischen Gegebenheiten orientieren.

Folgende Besonderheiten müssen festgehalten werden:

> Für $a = 11, 12, \ldots, 18$ ist $\mathrm{OG}(a) = \mathrm{OG}(a-11) - 1d$.
> Für die verbleibenden $a = 8, 9, 10$ differiert $\mathrm{OG}(a)$ von den ihr nächstliegenden, das sind $\mathrm{OG}(a-8)$ und $\mathrm{OG}(a+8)$, um $2d$ bzw. $-2d$.
> Es gibt im Zyklus keine drei aufeinanderfolgenden Daten.

(Wegen $-11 \equiv 19 \mod 30$ folgen die Beobachtungen auch aus $11 \cdot 19 \equiv -1 \mod 30$ bzw. $8 \cdot 19 \equiv 2 \mod 30$.)

3 Zum Mondlauf, Mondschaltungen

Eine besondere Würdigung verdient die Wiedergabe des Mondlaufes an der Astronomischen Uhr. Äußerlich sichtbar wandert ein Mondsymbol, befestigt an einer kreisförmigen Scheibe, im Gegenuhrzeigersinn über 12 Tierkreiszeichen. Darüber dreht sich gleichsinnig eine konzentrische Scheibe mit einem entsprechenden Sonnensymbol, aber zusätzlich mit einem kreisförmigen Ausschnitt, durch den Mondphasen sichtbar werden, herrührend von einer Bemalung der darunterliegenden ‚Mondscheibe'.

Vollmond, 30.7.2007 5:00
Mondsymbol im Wassermann

Sonnensymbol im Löwen

Letztes Viertel, 6.8.2007 15:00
Mondsymbol im Stier

Fotos M. Berger

Das Uhrwerk läßt das Sonnensymbol genau einmal in 365 Tagen umlaufen. Die Frage des Schalttages erörtern wir hier nicht, es sei, auch für weitere im folgenden erwähnte Details, auf den Artikel [3] dieser Schriftenreihe hingewiesen.

Für den Lauf des Mondsymbols in bezug auf das Sonnensymbol müßte das Uhrwerk den synodischen Monat realisieren, d.h. $29{,}530\,588\,853d$ oder $29d12h44m$ (um etwa $2{,}87s$ gerundet). Obwohl nun im Rahmen der gewählten Konstruktion des Uhrwerks für das Antriebsverhältnis des Mondes ein beidseitig bester Näherungswert (im Sinne der Kettenbruchtheorie) vorliegt, beträgt der synodische Monat des Uhrwerks $29d13h6m$ (um ca. $6s$ gerundet), er ist etwa $22m$ zu groß. Sichtbar wird dieses permanente Verlieren nicht leicht, und wenn überhaupt, dann nur mit genauer Kenntnis der wahren Stellung des Naturmondes. Um die 4jährigen durchschnittlichen Abweichungen so gering wie möglich zu halten, hat sich, beginnend ab 2004, eine 4jährliche Justierung des Uhrmondes bewährt.

Nun aber offenbart der mechanisch regelmäßige Lauf des Uhrmondes, wenn man z. B. die genauen Zeiten des Vollmondes in der Natur und auf der Uhr vergleicht, daß der theoretische synodische Monat ein Durchschnittswert ist, in Wahrheit schwanken die Lunationen des Naturmondes beträchtlich. (Eine qualitative Erklärung hierfür liefern die KEPLERschen Gesetze, s. auch dazu [3].) In nachfolgender kleiner Aufstellung zeigt sich für 2007 eine Folge von verlängerten Lunationen, wodurch der Rückstand des Uhrmondes (sogar) abnimmt, für 2009 gibt es eher moderate Abweichungen und Rückstandsänderungen, für 2012 eine Folge von verkürzten Lunationen, wodurch der Rückstand des Uhrmondes drastisch zunimmt.

Wahrer Vollmond		Lunation (theoretisch 29d 12h 44m)	Vollmond der Uhr	Rückstand
3.1.2007	14:56 MEZ	29d 13h 33m	4.1. 9:14	18h 18m
2.2.	6:44	15h 48m	2.2. 22:20	15h 36m
4.3.	0:15	17h 31m	4.3. 11:26	11h 11m
2.4.	19:13 MESZ	17h 58m	3.4. 0:32	5h 19m
2.5.	12:08	16h 55m	2.5. 13:38	1h 30m
1.6.	3:02	14h 54m	1.6. 2:44	− 18m
30.6.	15:47	12h 45m	30.6. 15:50	+ 3m
30.7.	2:46	10h 59m	30.7. 4:57	2h 11m
11.3.2009	3:38 MEZ	29d 11h 48m	11.3. 7:44	4h 6m
9.4.	16:57 MESZ	12h 19m	9.4. 20:50	3h 53m
9.5.	6:02	13h 5m	9.5. 9:56	3h 54m
7.6.	20:13	14h 11m	7.6. 23:02	2h 49m
7.7.	11:22	15h 9m	7.7. 12:08	46m
6.8.	2:56	15h 34m	6.8. 1:14	− 1h 42m
4.9.	18:03	15h 7m	4.9. 14:20	− 3h 43m
8.3.2012	10:38 MEZ	29d 11h 46m	8.3. 12:29	1h 51m
6.4.	21:17 MESZ	9h 39m	7.4. 1:35	4h 18m
6.5.	5:34	8h 17m	6.5. 14:41	9h 7m
4.6.	13:10	7h 36m	5.6. 3:48	14h 38m
3.7.	20:50	7h 40m	4.7. 16:54	20h 4m
2.8.	5:26	8h 36m	2.8. 10:45 Neujustier.	5h 19m
31.8.	15:57	10h 31m	31.8. 23:52	7h 55m

Die Ungleichmäßigkeit im Lauf des Natur-Vollmondes hat keinen Einfluß auf den Ostertermin, denn dieser bestimmt sich formal aus den Ostergrenzen. (Die heutigen OG, s. Abschnitt 4, sind für 2009 ($a = 14$) der 10.4., vgl. oben den 9.4., für 2012 ($a = 17$) der 7.4., vgl. oben den 6.4.; hier hätte dies allerdings sowieso keinen Einfluß auf die Termine für die nachfolgenden Ostersonntage am 12.4. 2009 bzw. 8.4. 2012.)

Aus dem generellen Lauf des Naturmondes ergibt sich eine erste Modifikation der starren Dionysischen Ostergrenzen. Betrachtet man den METON-Zyklus von 235 Lunationen in je

19 Jahren unter moderner Genauigkeit, so erhält man

$$235 \cdot 29,530588\ldots d - 19 \cdot 365,25d = -0,061820\ldots d\,.$$

Um (absolut) diese Zeitspanne tritt im Vergleich mit $19 \cdot 365,25$ Tageslängen der 235. Vollmond eher ein. Dieser Tagesanteil bedingt für den Mondlauf in bezug auf den gleichförmigen Ablauf der Kalendertage eine

> Rückdatierung der Ostergrenzen, genannt *Mondschaltungen.*
> Die Gesamtzahl der Mondschaltungen sei mit T bezeichnet.
> Die Gregorianische Kalenderreform im Jahre 1582 legte dazu fest:

Ab 1800 erfolgen in je 2500 Jahren Rückdatierungen von $8d$, und zwar stets in Säkularjahren, 7 mal nach je 300 Jahren (2100 bis 3900) und dann einmal nach 400 Jahren (4300); eine Begründung zeigt $2500 \cdot (-0,06182\ldots d)/19 = -8,1\ldots d$.

Schon vorher erfolgte 1582 selbst eine Rückdatierung der Ostergrenzen um $3d$ und für 1800 wurde $1d$ vorgesehen; denn es ist $(1582-532)\cdot(-0,06182\ldots d)/19 = -3,4\ldots d$ und $(1800-532)\cdot(-0,06182\ldots d)/19 = -4,1\ldots d$. Für 1800 gilt also $T = 4$.

(Geringfügig voreilig erscheinen diese Korrekturen in $2500\cdot 365,2425d$ (Gregorianische Jahre) statt in $2500 \cdot 365,25d$.)

4 Sonnenschaltungen, Ostergrenzen im Gregorianischen Kalender

Im Laufe der Jahrhunderte seit Dionysius hatte sich der Termin 21. März in Richtung Sommer verschoben, weil ja das Julianische Jahr von $365,25d$ zu lang ist gegenüber dem Tropischen Jahr von $365,2422d$ (leicht gerundet), dies die Dauer zwischen zwei aufeinanderfolgenden Passagen der Sonne durch den Frühlingspunkt, dem Frühlingsanfang.

In der Gregorianischen Reform von 1582 entfielen erstens im Kalender $10d$, auf Do, 4.10. 1582 folgte Fr., 15.10. 1582, der Frühlingsanfang sollte dadurch zukünftig wieder auf den 21. März fallen.

Zweitens entstand das Gregorianische Jahr von $365,2425d$ Länge, weil in 400 Jahren jetzt stets 3 Schalttage entfallen ($-3/400 = -0,0075$), immer in Säkularjahren, deren Jahreszahl nicht durch 400 teilbar ist. (Auffällig ist: $(1582 - 532) \cdot (-0,0075) = -7,875$, eher 8 als 10 Tage hätten so ausfallen müssen, demnach war 532 astronomisch schon vor dem 21. März Frühlingsanfang gewesen.)

Aber drittens gibt es Auswirkungen auf die Daten der Ostergrenzen:

Je ausfallendem Schalttag erhöhen sich die Kalenderdaten der OG um $1d$.
Die Gesamtzahl dieser sogenannten *Sonnenschaltungen* heiße S, 1582 ist $S = 10$.
Um $(S-T)d$ sind gegenüber den OG von 532 die Daten der neuen OG zu erhöhen, dabei zyklisch immer so, daß sie in die Zeitspanne 21. März bis 19. April fallen.

Für unsere Zwecke notieren wir die OG-Zyklen ab dem Jahr 1800, dem Anfangsjahr des Zyklus der Mondschaltungen, sowie auch ab 1900. Für 1800 gilt $S = 12$ (1700, 1800 ohne Schalttag), $T = 4$, mithin $S - T = 8$. Dies galt aber auch schon ab 1700, weil sich 1800 sowohl S als auch T erhöhen. 1900 dagegen erhöht sich $S - T$ um 1 auf 9, denn es wird $S = 13$, aber 2000 ändern sich weder S noch T, 2100 werden $S = 14$ und $T = 5$, aber $S - T$ bleibt 9, darum gelten die OG von 1900 bis 2199 unverändert, nicht mehr 2200.

Dies sind die angekündigten OG-Zyklen, der von 532 erhöht um $8d$, dann nochmals um $1d$:

	a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1700, 1800		13	2	22	10	30	18	7	27	15	4	24	12	1	21	9	29	17	6	26
$S = 11, 12$		A	A	M	A	M	A	A	M	A	A	M	A	A	M	A	M	A	A	M
$T = \ \ 3,\ \ 4$																				
1900, 2000,		14	3	23	11	31	19^-	8	28	16	5	25	13	2	22	10	30	18^-	7	27
2100		A	A	M	A	M	A	A	M	A	A	M	A	A	M	A	M	A	A	M.
$S = 13, 13, 14$																				
$T = \ \ 4,\ \ 4,\ \ 5$																				

Man erhält die Folgen auch weiterhin sukzessiv aus der OG(0), auf einen Apriltermin folgt ein $11d$ früherer, auf einen Märztermin ein $19d$ späterer (vgl. Abschnitt 2).

Es gibt im Gregorianischen Kalender 30 verschiedene OG-Zyklen, charakterisiert je schon durch die OG(0), die auf die 30 Tage vom 21. März bis zum 19. April fallen kann.

Unversehens stellten sich Probleme ein, die dann im Sinne der Tradition gelöst wurden. Die OG kann nämlich nun, anders als bei DIONYSIUS, auch noch auf den 19. April fallen, und ist dieser ein Sonntag, so wäre Ostern erst am 26. April. Das aber bleibe ausgeschlossen und spätester Ostertermin der 25. April, darum erfolgten *Sonderbestimmungen*:

Die OG 19. April wird zur Bestimmung des Ostertermins in den 18. April gewandelt; wir schreiben 19^-. April.
Zweimal aber darf ein Datum im 19er-Zyklus nicht auftreten, kommt somit neben dem 19. April auch der 18. April vor, dann wird dieser zur Bestimmung des Ostertermins in den 17. April gewandelt; wir schreiben 18^-. April.

Etwaige Doppelung des 17. gibt es dadurch nicht, weil die am Ende von Abschnitt 2 erstellten Aussagen auch weiterhin gelten. Der Sonderfall für den 18. tritt deshalb auch nur für $a \geq 11$ auf, d. h. in $8/19$ der Fälle. Fiktiv aber bleiben in den 30 OG der 19. und der 18. April ungeändert erhalten, bei Weiterschreiben der Tabelle für die OG durch Sonnen- oder Mondschaltung sind also für jedes feste a (in jeder Spalte der Tabelle) der 17., 18., 19. April und danach der 21. März aufeinanderfolgend.

(Beim Weiterdenken der OG-Folgen beobachtet man ein leicht irrlichterndes Verhalten. So gilt z. B. in den 7 Säkularjahren 2200, 2300, ..., 2800 für die Schaltungen um $\Delta S - \Delta T$ der Reihe nach: $1-0=1$, $1-0=1$, $0-1=-1$, $1-0=1$, $1-0=1$, $1-1=0$, $0-0=0$.

Daher gelten ab 2400 (‚die -1') wieder die OG wie ab 2200, ab 2500 diejenigen ab 2300, ab 2600 um $1d$ erhöhte, die aber auch ab 2700 und ab 2800 unverändert bleiben bis 2899.)

> Die Ermittlung des Ostertermins für ein gewünschtes Jahr X gelingt mit Ablesen oder Weiterschreiben der OG und Bestimmung des Sonntags danach; letztes mittels Sonntagsbuchstaben, oder mit Anzahl S der Sonnenschaltungen und der Formel:
>
> der $(28-\mathrm{mod}(X+\mathrm{int}(X/4)-S, 7))$-te März ist erster Sonntag nach dem 21. März

($\mathrm{int}(X/4)$ bezeichnet den ganzen Anteil von $X/4$). Die Formel ist Bestandteil der „revidierten Gaußschen Osterformel“ aus [9], man verifiziert sie leicht für ein festes (gegenwärtiges) Jahr, Induktionsschritte sind dann offensichtlich.

In der genannten Osterformel ist auch ein prägnant kurzer Term zur Realisierung der beiden soeben erwähnten Sonderbestimmungen enthalten, der Autor nennt sie dort „Alexandrinische Korrektur“. Gelehrte alexandrinische Geistliche haben, wie Joseph Bach in [1] ausführt, Bedeutsames in der Vorgeschichte zur Osterfestterminierung geleistet. In [8], S. 64 heißt es: „... insbesondere die beiden Sonderbestimmungen heißen in der neueren Literatur nach *Bach* – so bei *Zemanek* (hier [13], S. 53) –, da dieser sie formuliert, s. [1], S. 32 und S. 34f.“ Aber die Bestimmungen sind doch schon Jahrhunderte vor 1907 erlassen worden, sie sind auch von Gauss in [5] ausdrücklich berücksichtigt. Dessen Formel von 1800 erfaßte allerdings die Mondschaltungen ab 4200 nicht adäquat, die Verschiebung der Schaltung auf 4300, erstmals nach 400 Jahren, ist dort nicht realisiert, was er 1816 im Artikel [7] korrigierte.

5 Periodizitäten, Häufigkeiten der Osterdaten

Die Periode Δ_J der Osterdaten im Julianischen Kalender muß wegen der regelmäßigen Schaltjahre ein Vielfaches von 4 sein, und wegen Bestimmung der OG im 19jährigen Zyklus ein Vielfaches von 19, in Jahren ausgedrückt also $\Delta_J = k \cdot 4 \cdot 19$. In bezug auf die Wochentage muß es sich aber auch um ein Vielfaches von 7 handeln, d. h. $\Delta_J = k \cdot 4 \cdot 365,25 \cdot 19d = k \cdot 1461 \cdot 19d$, und weil hier sonst kein Faktor durch 7 teilbar ist, muß $k = 7$ sein für das kleinste Δ_J, d. h., in Julianischen Jahren ist $\Delta_J = 7 \cdot 4 \cdot 19 = 532$.

Ostern tritt an einem bestimmten Datum des Zeitraums 22. März bis 25. April ein, wenn eine der für das Datum günstigen OG eintritt, also eine solche, die höchstens 7 Tage vor dem Datum liegt, und wenn zudem das Datum auf einen Sonntag fällt. Für die Daten 28. März bis 19. April kämen zwar jeweils 7 OG-Termine in Frage, aber aus dem Dionysischen Zyklus bestimmt man ihre jeweilige Anzahl g wie folgt:

Für den
28., 31. März, 3., 5., 6., 8., 11., 14., 16., 19. April ist $g = 5$,
für den
29., 30. März, 1., 2., 4., 7., 9., 10., 12., 13., 15., 17., 18. April ist $g = 4$;

ferner: für den 26., 27. März, 20. April ist $g = 4$, für den 25. März, 21., 22. April ist $g = 3$, für den 23., 24. März, 23., 24. April ist $g = 2$, für den 22. März, 25. April ist $g = 1$.

In der Zeitspanne von Δ_J Jahren tritt jede OG in $\dfrac{\Delta_J}{19}$ Jahren ein, denn der OG-Zyklus wird stets voll durchlaufen; die g günstigen OG für ein Osterdatum treten in $\dfrac{\Delta_J}{19} \cdot g$ Jahren ein. In $\dfrac{1}{7}$ dieser Jahre fällt das Datum auf Sonntag, d. h. in $\dfrac{\Delta_J \cdot g}{19 \cdot 7} = 4 \cdot g$ Jahren, die relative Häufigkeit des Datums als Ostertermin ist $\dfrac{4 \cdot g}{\Delta_J} = \dfrac{g}{133}$.

> Die Osterdaten des Julianischen Kalenders sind (bezogen auf die Periode Δ_J) auch im mittleren Abschnitt vom 28. März bis zum 19. April nicht konstant gleich häufig; dies resultiert aus den unterschiedlichen Anzahlen der günstigen Ostergrenzen für die Daten.

Wir bestimmen auch die Periode Δ_G der Osterdaten im Gregorianischen Kalender. Durch die Sonnen- und Mondschaltungen verschieben sich in Δ_G Jahren die OG um

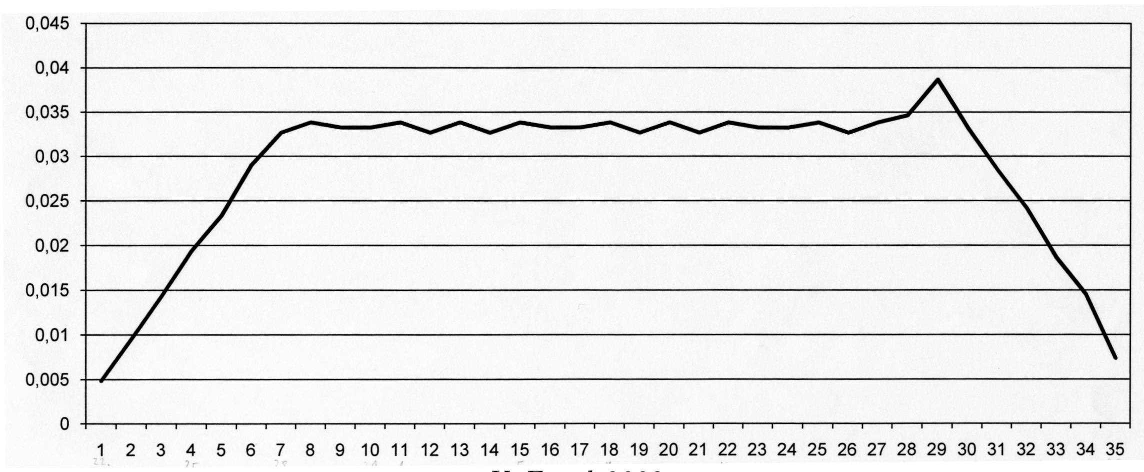
$$\frac{3d \cdot \Delta_G}{400} - \frac{8d \cdot \Delta_G}{2500} = \frac{43 \cdot \Delta_G}{400 \cdot 25} d\,.$$

Dies muß erstens ganz, zweitens Vielfaches von 30 sein wegen der 30 möglichen OG(0) (s. Abschnitt 4), und Δ_G muß wie schon beim Julianischen Kalender Vielfaches von 19 sein, in Jahren ausgedrückt somit $\Delta_G = k \cdot 400 \cdot 25 \cdot 30 \cdot 19$. In Tagen muß sich wiederum ein Vielfaches von 7 ergeben. Aber im Gregorianischen Kalender ist $400 \cdot 365,2425d = 146097d = 20871 \cdot 7d$, 400 Gregorianische Jahre bestehen genau aus 20871 vollen Wochen, es ist oben $k = 1$, und $\Delta_G = 400 \cdot 25 \cdot 30 \cdot 19$ Jahre $= 5.700.000$ Jahre.

Diese Zahl (angegeben auch in [9]) bleibe zunächst so stehen, und wir bestimmen relative Häufigkeiten der Ostertermine des Gregorianischen Kalenders in dieser Periode.

Während eines Vortrages im Jahre 2008 zeigte Herr K. Engel (Rostock) nachfolgendes Diagramm. Als Abszisse sind darin die 35 möglichen Osterdaten 22. März bis 25. April durch ihre *Festzahlen* von 1 bis 35 numeriert. Zum Nachsinnen über die Nichtkonstanz im mittleren Bereich wurde freundlich ermuntert, und wenn auch hierüber untereinander schon bald danach ein Austausch erfolgte, sei das Thema hier aufgegriffen.

**Häufigkeitsverteilung der Ostersonntage
über die Periode von 5.700.000 Jahren**



K. Engel 2008

Für jedes Datum vom 22. März bis zum 26. April bestimmt sich die Anzahl g der günstigen OG aus der 30tägigen Zeitspanne 21M bis 19A (zunächst) simpel:

> Für den 28. März bis zum 17. April, und für den [18.], [19.], 20. April ist $g = 7$,
> für den 27. März, 21. April ist $g = 6$, für den 26. März, 22. April ist $g = 5$,
> für den 25. März, 23. April ist $g = 4$, für den 24. März, 24. April ist $g = 3$,
> für den 23. März, [25. April] ist $g = 2$, für den 22. März, [26. April] ist $g = 1$.

Aber nach der Alexandrinischen Korrektur – OG 19A wird zu 18A, 8/19 der OG 18A werden zu 17A – ergeben sich Veränderungen bei den eingeklammerten Daten:

> Für den 18. April wird $g = 7 + 8/19$, für den 19. April wird $g = 7 + 1 = 8$,
> für den 25. April wird $g = 2 - 8/19$, für den 26. April wird $g = 1 - 1 = 0$.

400 Gregorianische Jahre bilden, wie gesehen, eine Wochentagsperiode; die 400 Daten aber z. B. des 22. März bilden kein Vielfaches von 7, sie können demnach in 400 Jahren nicht gleich

oft auf jeden der 7 Wochentage fallen. Der 22. März hat eine Anzahl von Sonntagsterminen (St); seine Sa-, Fr-, …, Mo-Anzahl sind aber gleichzeitig die St je für den 23., 24., …, 28. März, die St sind somit nicht alle gleich. Man bestimmt für den 22. bis 28. März leicht die St-Folge 58, 57, 57, 58, 56, 58, 56, und diese setzt sich für die weiteren möglichen Ostertermine bis zum 25. April periodisch fort.

In der Zeitspanne von Δ_G Jahren tritt jede der 30 OG in $\frac{\Delta_G}{30}$ Jahren ein; die g günstigen OG für ein Osterdatum treten in $\frac{\Delta_G}{30} \cdot g$ Jahren ein. Den etwas aufwendigen Nachweis hierfür sparen wir aus, zumal unsere Beurteilung von Δ_G noch mutieren wird. In $\frac{St}{400}$ dieser Jahre fällt das Datum auf Sonntag, d. h. in $\frac{\Delta_G \cdot g \cdot St}{30 \cdot 400} = 475 \cdot\ g \cdot St$ Jahren, die relative Häufigkeit des Datums als Ostertermin ist $\frac{g \cdot St}{12000}$.

Zum Vergleich mit dem obigen Diagramm notieren wir noch die Folge der St für den Abschnitt vom 28. März bis zum 17. April mit konstantem $g = 7$ (Festzahlen 7 bis 27):

St	Festzahlen																				
58		8			11		13		15			18		20		22			25		27
57			9	10						16	17						23	24			.
56	7					12		14					19		21					26	

(dreimal die Folge 56, 58, 57, 57, 58, 56, 58)

Die herausfallenden Häufigkeiten des 18. und besonders des 19. Aprils (Festzahlen 28 bzw. 29) erklären sich aus $g \cdot St\,(18.\text{ April}) = (7 + 8/19) \cdot 56 > 7 \cdot 58$ und $g \cdot St\,(19.\text{ April}) = 8 \cdot 58$.

> Die Osterdaten des Gregorianischen Kalenders sind (bezogen auf die Periode Δ_G) auch im mittleren Abschnitt vom 28. März bis zum 17. April nicht konstant gleich häufig; dies resultiert aus den unterschiedlichen Anzahlen der Sonntagstermine für die Daten.

6 Kalendertraditionen hinterfragt

Die Einführung des Gregorianischen Kalenders erfolgte in den christlichen Ländern zu recht unterschiedlichen Zeiten, auch hierzu findet man Ausführliches in [1] (speziell S. 20, 64). Im protestantischen Teil Deutschlands geschah dies am 1. März 1700, allerdings wurden bis 1775 noch nicht die zyklischen Gregorianischen OG übernommen, sondern die OG astronomisch bestimmt, wodurch 1724 und 1744 die Protestanten eine Woche vor den Katholiken Ostern feierten, was für 1778 und 1798 abermals drohte (computergestützt gelingt eine Verifikation). Am Schluß kommen wir auf diesen Zeitabschnitt noch zurück.

Die Ostkirchen (orthodoxe Kirchen, wie in Weißrußland, Rußland u. a.) bestimmen ihre christlichen Feste auch jetzt noch im Julianischen Kalender nach der ursprünglichen Festlegung durch Dionysius. Sie berücksichtigen keine Sonnen- und Mondschaltungen, es gelten die Dionysischen OG. Alle ihre Daten sind somit, wenn sie in unserem Kalender ausgedrückt werden, um S Tage zu erhöhen (zur Zeit ist $S = 13$), dies gilt dann auch für Feiertage mit fixiertem Datum, wie Weihnachten. Die Ostertermine beider Kalender fallen bis 2099 entweder auf den (astronomisch) gleichen Tag, oder die Ostkirchen feiern Ostern eine Woche, vier Wochen oder fünf Wochen später (s. [2], dort auch alle Daten bis 2099, schon [1] enthält umfangreiche Angaben).

Beispielweise sind für 2013 (mit $a = 18$) die OG Gregorianisch 27M, Julianisch $17\text{A} + 13d = 30\text{A}$, und Ostersonntage sind der 31. März bzw. 5. Mai 2013 (5 Wochen später, schon deutlich gen Sommer gelegen); dagegen sind für 2014 (mit $a = 0$) die OG 14A bzw. $5\text{A} + 13d = 18\text{A}$, und Ostersonntag ist für beide Bestimmungen der 20. April 2014.

Irgendwie scheint es verlockend zu sein, mit großen Zeitspannen zu jonglieren.

Die Gregorianische OG-Folge wird durch ihre Schaltungen natürlich zu gewisser Zeit formal wieder genau auf die Dionysische fallen, und falls sie dann auch in den Wochentagen übereinstimmen, sind die Osterdaten in beiden Kalendern formal dieselben. Hierzu gibt es in den „Werken“ von Gauss Nachbemerkungen des Herausgebers Loewy im Artikel [7], daß dies „vom Jahre 6700 bis 6799“ sein wird, „wenn die beiden Kalender solange ungeändert im Gebrauch bleiben sollten. Einerlei Datum würde aber alsdann in beiden Kalendern immer um 7 volle Wochen auseinander sein.“ Und „diese Übereinstimmung tritt von 20700 bis 20799 von neuem ein, wo aber der Unterschied 22 Wochen betragen würde.“ (In der Tat ist z. B. $6700 = 1500 + 13 \cdot 400$, daher $S = 10 + 13 \cdot 3 = 49 = 7 \cdot 7$, und $6700 = 1800 + 2500 + 2400$, somit $T = 4 + 8 + 7 = 19$, $S - T = 49 - 19 = 30$; die ursprünglichen OG sind zwar Gregorianisch um $30d$ geändert, aber da sie ja stets mod 30 auf die Tage 21M bis 19^{-}A reduziert wurden, wieder wie 532, jedoch sind die Gregorianischen Kalenderdaten für die Julianischen um $7 \cdot 7d$ zu erhöhen. (Im Jahrhundert ab 6700 würden so ‚Ostern und Pfingsten stets auf einen Tag fallen‘, Julianisch bzw. Gregorianisch.))

Der Herausgeber bezieht sich auch auf [6], wo Gauss mit seiner damals noch nicht durch [7] korrigierten Formel zu einer unrichtigen Angabe gekommen ist, aber Gauss schließt seine Formulierung bemerkenswert: „Es läßt sich übrigens zeigen, dass im 143. Jahrhundert, d. i. von 14200 bis 14299 Ostern in beiden Kalendern immer auf einerlei Datum fallen würde, wenn dieselben so lange ungeändert im Gebrauch bleiben sollten, was freilich nicht zu erwarten ist.“

Kehren wir nämlich zurück zu der vermeintlichen Periode Δ_G des Gregorianischen Osterkalenders von 5,7 Mill. Jahren. Das Kalenderjahr von $365,2425d$ ist zu groß für das astronomisch richtige Tropische Jahr von $365,2422d$, und zwar, wie man sieht, in 10.000 Jahren um $3d$. In 1 Mill. Jahren wären das schon $300d$, in 5,7 Mill. Jahren mehrere Jahre! Der ‚Frühlingspunkt' 21. März wäre in Richtung Sommer und mehrmals durch alle Jahreszeiten gedriftet!

> Die Periode von 5.700.000 Jahren für den (nicht modifizierten) Gregorianischen Osterkalender ist auch als mathematische Formalie kaum vertretbar, weil in solcher Zeitspanne das eigentliche Anliegen der Gregorianischen Reform grob verletzt würde.

Es wird nötig werden, die besagten $3d$ während 10.000 Jahren ausfallen zu lassen. Dazu gibt es von Zemanek den Vorschlag: „Der ‚ideale Kalender' könnte kein Schaltjahr in den Jahren 3200, 6400, 9600; 13200, 16400, 19600 usw. haben ... Man erkennt, wie präzise eingeregelt werden kann - mit nur sehr geringfügiger Änderung der gregorianischen Schaltregeln" ([13], S. 133, auch 34).

Unter diesem 10.000jährigen Zyklus der Sonnenschaltungen stellt sich vielleicht die Frage nach einer Periode Δ'_G neu. Analog zu Δ_G verschöben sich die OG in Δ'_G Jahren jetzt um

$$\frac{3d \cdot \Delta'_G}{400} + \frac{3d \cdot \Delta'_G}{10000} - \frac{8d \cdot \Delta'_G}{2500} = \frac{46 \cdot \Delta'_G}{10000}d = \frac{23 \cdot 2 \cdot \Delta'_G}{10000}d\,.$$

Dies müßte ganz, Vielfaches von 30, und Δ'_G Vielfaches von 19 sein, darum $\Delta'_G = k \cdot 10000 \cdot 15 \cdot 19$ Jahre $= k \cdot 3652422 \cdot 15 \cdot 19d$, Vielfaches von 7 erst für $k = 7$, es wäre $\Delta'_G = 19.950.000$ Jahre (der Länge $365,2422d$).

In derartiger Zeitspanne aber müßten auch die Mondschaltungen neu bedacht werden, denn in je 25.000 Jahren wären nicht $80d$, sondern $81d$ erforderlich (s. am Ende von Abschnitt 3). Hinzu käme, daß die verwendete Länge des Tropischen Jahres immer noch eine Rundung ist von $365,24219879d$. Man muß sich wohl auch hüten, von Konstanz der verwendeten Parameter auszugehen.

> Die Suche nach einer glaubhaften Periode bleibt im gegenwärtigen wie auch im modifizierten Osterkalender vergeblich.

7 Ergänzende Rück- und Ausblicke

Der astronomische Frühlingsanfang fällt nicht konstant auf den 21. März, was schon ein Blick in den Taschenkalender belegt. In der jüngeren Vergangenheit (seit 1980) war er in Jahren, die bei Division durch 4 den Rest 0, 1 oder 2 lassen, bereits am 20. März, nur beim Rest 3 am 21. Normaljahre von $365d$ sind nämlich um $0,2422d$ (fast $5h\,49min$) zu kurz, um diese Zeit (etwa) verspätet sich der Termin von Jahr zu Jahr, mit einem Schalttag in vier Jahren aber wird $4 \cdot 0,2422d - 1d = -0,0312d$ (beinahe $-45min$), der Termin tritt also ca. $45min$ eher ein als vier Jahre zuvor. Mit dem Jahr 2011 (Rest 3) endete so der genannte Ablauf, 2015 wird schon am 20. März Frühlingsanfang sein. Ab 2012 liegt er daher in diesem Jahrhundert stets vor dem 21. März, in Jahren des Restes 0, und dann auch 1, späterhin sogar am 19.

Pauschale Überlegungen ergeben: 400 Jahre nach 1903 ist Frühlingsanfang im Jahre 2303 wegen $-0,0312d \cdot 25 \cdot 4 + 3d = -0,12d$ ca. $0,12d$ ($2h\,50min$) eher; weiterhin aber liegt 2303 der späteste aller Termine nach 1903, und folglich 1903 ebenso derjenige ab 1583 (nach 1503). Nun ist $2012 = 1903 + (25+2) \cdot 4 + 1$, grob überschlagen gilt also für den Unterschied der Frühlingsanfangstermine von 1903 und (dem Schaltjahr) 2012

$$27 \cdot (-0,0312d) + (0,2422d - 1d) = -1,6002d > -(1d\,15h)\,,$$

somit war 1903 weniger als $1d\,15h$ später Frühlingsanfang als 2012, und dieser war am 20. März um 6:12 MEZ, d. h.:

> Während des Gregorianischen Kalenders lag im Jahre 1903 der späteste Termin für den astronomischen Frühlingsanfang, und zwar in MEZ am 21. März.
>
> Oftmals aber war astronomischer Frühlingsanfang bereits am 20. März, er wird auch auf den 19. fallen (2096 hat den frühesten Termin für dieses Jahrhundert – und damit für die drei folgenden). Bis zu einer ergänzenden Schalttagskorrektur werden sich die Termine in der Tendenz kalendarisch weiter verfrühen.

Der astronomische Frühlingsvollmond kann somit durchaus auch vor dem 21. März eintreten. 2076 werden Frühlingsanfang am 19., Vollmond am 20. März sein; hingegen gilt wegen $\mathrm{mod}\,(2076, 19) = 5$ als OG der 19^{-}. April, also 18. April, ein Sonnabend, Ostern wird erst am 19. April sein, und nicht bereits vier Wochen eher am 22. März.

Solche abweichenden Gegebenheiten, zumal der MEZ-Zone, sind für den Gregorianischen Osterkalender irrelevant. In ihm gelten Ostergrenzen mit Daten ab dem 21. März weltweit, und diese sind gesteuert durch Sonnen- und Mondschaltungen, wie sie bereits bei Einführung des Kalenders beeindruckend weitsichtig vorgesehen wurden. Der Autor von [9] spricht zu Recht schon im Untertitel von einem „wissenschaftlichen Meisterwerk der späten Renaissance“, dann auch von einem „Kulturgut der Menschheit“, und plädiert leidenschaftlich für dessen Schutz. Nicht einleuchtend ist mir darum sein dann doch geäußerter Vorschlag, die Schaltungen der OG zu modifizieren, und zwar auf $13d$ in 3.000 Jahren (um dem oben in Abschnitt 4 angedeuteten Irrlichtern gegenzusteuern). Durchschnittlich entspräche das $43\,{}^{1}/{}_{3}d$ in 10.000 Jahren, aber im Gregorianischen Kalender (Abschnitt 5, bei Δ_G) sind es $43d$, und bei $3d$ zusätzlicher Schaltung (Abschnitt 6, bei Δ'_G) $46d$ je in 10.000 Jahren, langfristig würden beide Werte verfehlt.

Mehr als 100 Jahre älter noch als der Gregorianische Kalender ist die Astronomische Uhr in St.-Marien aus den Jahren um 1472 ([10], S. 24). Auf ihr bewegen sich u. a. Sonnen- und Mondsymbol über einen geschnitzten Zodiakus, die Übersetzungsverhältnisse der Antriebsräder ergeben Näherungswerte für das Jahr bzw. den synodischen Monat, und es wurden schon damals im Uhrwerk Möglichkeiten für korrigierende Justierungen vorgesehen.

Astronomische Uhr in St.-Marien, 7.12.2009 14 Uhr Foto M. Berger

Solche erfolgten jüngst am 9. Juli 2012, und sie bewirken, daß für die nächsten 4 Jahre wieder die durchschnittlichen Abweichungen zwischen dem (regelmäßigen) Uhrmond und dem (nur in langem Durchschnitt regelmäßigen) Naturmond so gering ausfallen, wie im Rahmen der verfügbaren Zahnradkonstellationen möglich (vgl. Abschnitt 3).

Joseph BACH [1] formuliert, „wie wichtig die richtige Bestimmung des Osterdatums für das kirchliche und bürgerliche Leben sowie für die chronologische Festlegung historischer Tatsachen ist. Ostern ist so zu sagen der geometrische Ort, von dem aus die für die Historiker oft so hochwichtigen Datumsprobleme erschlossen werden können.“ Hierzu referieren wir abschließend ein Beispiel aus dem sakralen Umfeld unserer Betrachtungen.

Johann Sebastian BACH hat in Leipzig die – von uns besonders geschätzte – Kantate 140, „Wachet auf, ruft uns die Stimme“, für den 27. Sonntag nach Trinitatis komponiert. Das nicht überlieferte Entstehungsjahr der Kantate konnte später bestimmt werden unter Beantwortung der Frage, wann es denn den genannten Sonntag, der damals nur relativ selten vorkam, zu BACHs Leipziger Wirkungszeit überhaupt gegeben hat. Dazu mußte Ostern nämlich vor dem 27. März, die OG also vor dem 26. März gelegen haben, relevant sind die Jahre 1723 bis 1749. Man findet mit der Tabelle von Abschnitt 4: OG 22M ($a = 2$) für 1731, OG 24M ($a = 10$) 1739, OG 21M ($a = 13$) 1742 und 1723. Sonntagsdaten für die genannten Jahre hatten wir bereits in Abschnitt 1 bestimmt, und erhalten die Ostertermine: 25. März 1731, 29. März 1739, 25. März 1742 und 28. März 1723. Es bleiben möglich die Jahre 1731 und 1742. Unter diesen sprechen nach SMEND ([12], S. 42) überzeugende Merkmale der Handschrift und des Stils für die Komposition im Jahr 1731 (zum 25. November).

Zu bedenken wäre aber noch die schon erwähnte Situation, daß im protestantischen Leipzig der Ostertermin 1724 und 1744 vom Gregorianischen Kalender abgewichen ist. Für 1724 und 1744 mit $a = 14$ bzw. 15 findet man als OG den 9. April bzw. 29. März, beide Daten bestimmt man als Sonntage, folglich als die protestantischen Ostersonntage, weil Ostern gregorianisch jeweils eine Woche später sein mußte. Den 27. Sonntag nach Trinitatis aber konnte es in beiden Jahren nicht geben.

Heute gilt eine dahingehend geänderte evangelische Ordnung, daß es immer als solchen den „Letzten Sonntag im Kirchenjahr“ gibt, der aber inhaltlich dem 27. nach Trinitatis entspricht (darum wird im Rundfunk auch in jedem Jahr die Kantate 140 gesendet). Ebenso gibt es den „Vorletzten“ und „Drittletzten Sonntag im Kirchenjahr“ stets, die Numerierung davor geht höchstens bis zum 24. Sonntag nach Trinitatis, und dieser ist so der seltenste.

Frühe Ostertermine sind auf der neuen Kalenderscheibe rar. Der 22. März kann nicht vorkommen, weil in diesem und dem folgenden Jahrhundert die frühest mögliche OG 21M fehlt, aber auch der 23. und 24. März treten nicht auf. Ostern am 25. März gibt es dreimal, zuerst 2035, auch als Termin vor dem 27. März. Dann wird es wieder den 24. Sonntag nach Trinitatis geben, erstmals seit 2008 und davor im bewegenden Herbst 1989.

Danksagung
Frau Susann Dittmer danke ich wiederum herzlich für die einfühlsame Erstellung der Druckvorlage.

Literatur

[1] **Bach, Joseph :** *Die Osterfest-Berechnung in alter und neuer Zeit – ein Beitrag zur christlichen Chronologie.* Wissenschaftliche Beilage zum Jahresberichte des Bischöflichen Gymnasiums zu Straßburg. Straßburg: Buchdruckerei des „Elsässer“ 1907

[2] **Deschauer, S. :** *Die Osterfestberechnung – Astronomie und Tradition formen einen Algorithmus.* Didaktik der Mathematik **1**, 68 – 84 (1986)

[3] **Drews, K.-D. :** *Mathematische Aspekte im Werk der Astronomischen Uhr von St. Marien zu Rostock.* Rostock. Math. Kolloq. **63**, 3 – 24 (2008)

[4] **Drews, K.-D. :** *Nochmals zur Astronomischen Uhr in Rostocks St.-Marien – klärende Mathematik für die Sonnenaufgangszeiten des neuen Kalendariums.* Rostock. Math. Kolloq. **64**, 87 – 107 (2009)

[5] **Gauß, C. F. :** *Berechnung des Osterfestes.* Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmels-Kunde. August 1800, 121 – 130 (auch: Werke VI, 73 – 79, Göttingen 1874)

[6] **Gauß, C. F. :** *Noch etwas über die Bestimmung des Osterfestes.* Braunschweigisches Magazin. 1807. September 12. (auch: Werke VI, 82 – 86, Göttingen 1874)

[7] **Gauß, C. F. :** *Berichtigung zu dem Aufsatze: Berechnung des Osterfestes Mon. Corr. 1800 Aug.* Zeitschrift für Astronomie und verwandte Wissenschaften **1**, 158 (1816) (auch: Werke XI, Abt. 1, 201 – 202, Göttingen 1927)

[8] **Klews, M. E. :** *Die Herleitung der Osterformeln von Gauß, Butcher & Jones, Meeus sowie Knuth aus dem computus paschalis.* Berlin: Logos 2008

[9] **Lichtenberg, H. :** *Das anpassbar zyklische, solilunare Zeitzählungssystem des gregorianischen Kalenders. Ein wissenschaftliches Meisterwerk der späten Renaissance.* Math. Semesterber. **50**, 45 – 76 (2003)

[10] **Schukowski, M. :** *Die Astronomische Uhr in St. Marien zu Rostock.* Königstein im Taunus: Langewiesche, Köster 1992

[11] **Schukowski, M. :** *Der Kalender der astronomischen Uhr der St.-Marien-Kirche zu Rostock. Beschreibung und Dokumentation.* Stiftung St.-Marien-Kirche zu Rostock e. V. 2012

[12] **Smend, F. :** *JOH. SEB. BACH Kirchen-Kantaten. Heft IV.* 2. Aufl. Berlin: Christl. Zeitschr.verl. 1950

[13] **Zemanek, H. :** *Kalender und Chronologie. Bekanntes & Unbekanntes aus der Kalenderwissenschaft.* 5. Aufl. München Wien: Oldenbourg 1990

eingegangen: 10. Dezember 2012

Autor:

Klaus-Dieter Drews, i. R.
Universität Rostock
Institut für Mathematik
18051 Rostock
Germany