

Singuläre Störungsprobleme

Bekanntlich hängen Lösungen von gewöhnlichen Differentialgleichungen unter bestimmten Bedingungen stetig von Anfangswerten und Parametern ab.

Dies ist beispielsweise der Fall bei der Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$(1_\varepsilon) \quad \ddot{x} + \varepsilon \dot{x} = h(x)$$

wobei $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ stetig differenzierbar ist. Sind die Funktionen $a, b : [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}^n$ stetig, so konvergieren die Lösungen $t \mapsto x_\varepsilon(t)$ von (1_ε) mit

$$x(0) = a_\varepsilon, \quad \dot{x}(0) = b_\varepsilon$$

für $\varepsilon \rightarrow 0^+$ gegen die Lösung $t \mapsto x_0(t)$ der Grenzgleichung

$$(1_0) \quad \ddot{x} = h(x)$$

mit

$$x(0) = a_0, \quad \dot{x}(0) = b_0.$$

Man sagt, die Gleichung (1_ε) ist für kleine $\varepsilon > 0$ eine *reguläre Störung* von (1_0) . Ganz anders sieht die Situation bei der Differentialgleichung

$$(2_\varepsilon) \quad \varepsilon \ddot{x} + \dot{x} = h(x)$$

aus. Wenn man in (2_ε) formal $\varepsilon = 0$ setzt, ergibt sich die Gleichung

$$(2_0) \quad \dot{x} = h(x)$$

erster Ordnung. Also können Lösungen von (2_ε) (mit entsprechenden Anfangswerten) nicht immer gegen eine Lösung von (2_0) konvergieren. Dies ist ein sog. *singuläres Störungsproblem*.

Es ist der Gegenstand der Bachelorarbeit, zu untersuchen, was schiefgehen kann und welche Art von Konvergenz doch gilt. Insbesondere soll gezeigt werden, dass unter bestimmten Bedingungen an h globale Attraktoren von (2_ε) für $\varepsilon \rightarrow 0^+$ auf bestimmte Weise gegen den globalen Attraktor von (2_0) konvergieren.

Literatur

K.P. Rybakowski, *Conley index continuation for singularly perturbed hyperbolic equations*, Topological Methods in Nonlinear Analysis 22 (2003), 203–244.