Christian Reiher, LMU München

Der Beweis einer Vermutung von Kemnitz

Eine Aufgabe, die man mit seinen Olympiadeschülern immer gut behandeln kann, ist diese hier: Gegeben seien n ganze Zahlen. Man beweise, dass man aus diesen eine nicht leere Teilmenge auswählen kann, bei der die Summe der Elemente durch n teilbar ist.

Nun kann man sich die Frage stellen, ob man sogar, indem man mit mehr Zahlen startet, erreichen kann, dass die erzielte Teilmenge eine gewisse im Voraus gewünschte Größe hat. In diesem Zusammenhang bewiesen Erdös, Ginzburg und Ziv im Jahre 1961 den seither nach ihnen benannten Satz: Jede Menge von $2n-1$ ganzen Zahlen besitzt eine n–Teilmenge, bei der die Summe aller Elemente durch n teilbar ist.

Hiervon angeregt warf H. Harborth anfang der siebziger Jahre das Problem auf, die Situation in mehr Dimensionen, also mit Gitterpunkten an der Stelle von ganzen Zahlen, zu untersuchen. Konkret geht es darum, für vorgelegte natürliche Zahlen n und d die minimale Anzahl $f(n, d)$ von Gitterpunkten in d Dimensionen zu finden, die erforderlich ist, um die Existenz einer n–Teilmenge, deren Schwerpunkt wiederum ein Gitterpunkt ist, zu garantieren.

Bereits der Fall $d = 2$, der zuerst von A. Kemnitz in seiner Dissertation aufgegriffen wurde, hat sich als sehr vertrackt erwiesen. Durch umfangreiche Überlegungen gelangte Kemnitz zu der Vermutung $f(n, 2) = 4n - 3$, die er für $n < 11$ auch beweisen konnte.

Gegenstand des Vortrages ist ein vollständiger Beweis dieser Vermutung.