ÜA Lineare Algebra WS 04/05

2. Serie

1. Gegeben sind die Abbildungen $f_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit
$$f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = e^x.$$
Bilden Sie jeweils $f_1 \circ f_2$ und $f_2 \circ f_1$ und geben Sie alle $x \in \mathbb{R}$ an, für die $(f_1 \circ f_2)(x) = (f_2 \circ f_1)(x)$ gilt.

2. Beweisen Sie Lemma 1.14 . Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Abbildungen. Wenn beide Abbildungen injektiv (surjektiv, bijektiv) sind, so gilt das auch für ihr Produkt gf.

3. Seien $f : X \to Y$ und $g : Y \to X$ Abbildungen und sei $gf = id_X$. Zeigen Sie, wenn f surjektiv ist, dann ist $g = f^{-1}$. Geben Sie ein Beispiel an für f und g mit $g \neq f^{-1}$.

4. Geben Sie Bijektionen zwischen folgenden Mengen an:
   (a) $\mathbb{N} \to \mathbb{Z}$,
   (b) $\mathbb{N} \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}$
   (c) $\mathbb{R} \to (0, 1) \subset \mathbb{R}$.

5. Gegeben sei die Menge M. Geben Sie eine injektive Abbildung von M in ihre Potenzmenge an. Zeigen Sie, dass es keine surjektive Abbildung von M auf ihre Potenzmenge gibt.

Abgabetermin: 27.10.04 (vor der Vorlesung)