

ÜA Lineare Algebra WS 04/05

10. Serie

1. Elementarmatrizen sind das Ergebnis der Anwendung einer elementaren Zeilentransformation auf die Einheitsmatrix. Sei A eine beliebige Matrix. Zeigen Sie, dass jede elementare Zeilenumformung von A durch Linksmultiplikation mit einer geeigneten Elementarmatrix entsteht.
2. Beweisen Sie, dass die durch elementare Zeilenumformungen entstehende Treppennormalform einer Matrix eindeutig bestimmt ist.
3. Gegeben sind die erweiterten Koeffizientenmatrizen zweier linearer Gleichungssysteme mit Koeffizienten aus $\mathbb{R}$. Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 0 & -5 \\ 1 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & -2 & 0 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 0 \end{array} \right)$$

4. Ermitteln Sie alle reellen Zahlen t für welche das durch die folgende Koeffizientenmatrix gegebene homogene lineare Gleichungssystem eine nicht triviale Lösung hat. Bestimmen Sie für diese Zahlen auch die Lösungsmenge.

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -t & -1 \\ -2 & t-1 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & t \end{array} \right)$$

5. Bestimmen Sie in Abhängigkeit von $t \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems, welches durch die folgende erweiterte Koeffizientenmatrix gegeben ist.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & t & -2 & -2 \\ 2 & -1 & t-1 & 1 \\ -1 & t+1 & 3 & -3 \end{array} \right)$$

6. Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist das Gleichungssystem $Ax = 0$ mit $A = (a_{ij})_{n,n}$ mit $a_{ij} \in \mathbb{R}$, wobei

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls } i = j \vee i = j + 1 \vee i = j - 1 \\ 0 & \text{sonst .} \end{cases}$$

nur trivial lösbar?

Abgabetermin: 12.01.05 (vor der Vorlesung)