

ÜA Lineare Algebra WS 04/05

11. Serie

1. Invertieren Sie folgende Matrizen:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Für welche reellen Zahlen a und b ist die folgende $n \times n$ -Matrix invertierbar?

$$A_3 = \begin{pmatrix} b & a & a & \cdots & a \\ a & b & a & \cdots & a \\ a & a & b & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a & a & \cdots & b \end{pmatrix}.$$

3. Für welche $a, b, c \in \mathbb{K}$ ist die folgende Matrix invertierbar? Geben Sie in diesen Fällen die inverse Matrix an.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}.$$

4. Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie Matrizen S und T derart, dass

$$S^{-1}AT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Gegeben sei der Vektorraum $U_3 \leq \mathbb{R}[x]$ aller Polynome vom Grad kleiner 3 und der Endomorphismus α von U_3 , der bezüglich der Basis $B_1 = \{p_1(x) = 1, p_2(x) = 1 + x, p_3(x) = 1 + x + x^2\}$ die folgende Abbildungsmatrix hat:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie von den Polynomen $q_1(x) = x^2$, $q_2(x) = x + 2$, $q_3(x) = x^2 + x$ aus U_3 die Bilder unter α .
- (b) Weisen Sie nach, dass $B_2 = \{q_1, q_2, q_3\}$ eine Basis von U_3 ist.
- (c) Geben Sie die Transformationsmatrix T des Basiswechsels von B_1 zu B_2 an und bestimmen Sie T^{-1} .
- (d) Geben Sie die Abbildungsmatrix $C = T^{-1}AT$ von α bezüglich B_2 an.

Abgabetermin: 19.01.05 (vor der Vorlesung)