

ÜA Lineare Algebra WS 04/05

12. Serie

1. Zeigen Sie ohne Verwendung von 8.19, dass $(adj A)^t = adj A^t$.
2. Es sei $A = (a_{i,j})$ eine $n \times n$ -Matrix und

$$D(A) = \sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} a_{ji} \det A_{ji}.$$

Zeigen Sie, dass die Funktion D linear in jeder Zeile ist.

3. Bestimmen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

(a)

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

(b)

$$A_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & & 0 \\ & -1 & 2 & -1 & & & \\ & & -1 & 2 & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & 0 & & & & 2 & -1 \\ & & & & & -1 & 2 \end{pmatrix},$$

Die Matrix A_2 ist eine $n \times n$ -Matrix.

(c)

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & n & n & \cdots & n \end{pmatrix},$$

4. Es sei $A = (a_{i,j})$ eine $n \times n$ -Matrix mit Einträgen aus $\mathbb{Z}$ und $\det A \neq 0$. Zeigen Sie, dass A^{-1} Einträge aus $\mathbb{Z}$ genau dann hat, wenn $\det A = \pm 1$.

Abgabetermin: 26.01.05 (vor der Vorlesung)