ÜA Lineare Algebra SS 2005

15. Serie

1. (a) Gegeben sei die Gleichung der Ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Zeigen Sie, dass die Punkte $F_1(-3, 0)$ und $F_2 = (3, 0)$ die Brennpunkte der Ellipse sind,d.h. für alle Punkte P der Ellipse gilt, dass die Summe der Abstände von P zu F_1 bzw. zu F_2 konstant ist
   ($|PF_1| + |PF_2| = const$).
   Zeigen Sie, dass es keine weiteren Punkte F_1, F_2 mit dieser Eigenschaft gibt.

   (b) Gegeben sind die Brennpunkte $F_1 = (-2, 0)$ und $F_2 = (2, 0)$. Bestimmen Sie die Gleichung der Menge aller Punkte P für die gilt $|PF_1| + |PF_2| = 8$ gilt.

2. Berechnen Sie für die folgenden Kurven 2. Ordnung die Normalform und geben Sie an, um was für eine Kurve es sich handelt.

   (a) $6x^2 + 3y^2 + 4xy - 4x + 8y + 9 = 0$,

   (b) $x^2 + y^2 + 8xy - 10x + 20y - 35 = 0$,

   (c) $x^2 + 7y^2 + 2\sqrt{7}xy - 2y = 0$.

3. Berechnen Sie für die folgende Fläche 2. Ordnung die Normalform und geben Sie an, um was für eine Fläche es sich handelt.

$$xy + xz + yz + x + y + z = 0$$

4. Bestimmen Sie alle reellen Zahlen a für die die Lösungsmenge von

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2ax_1x_2 + 2ax_1x_3 + 2ax_2x_3 = 4a$$

   ein Ellipsoid ist.

Abgabetermin: 29.04.05 (vor der Vorlesung)