

ÜA Lineare Algebra WS 06/07

2. Serie

1. M sei eine Menge und $\mathfrak{P}(M)$ die Potenzmenge von M . Beweisen Sie:
 - (a) $\mathfrak{P}(M \cap N) = \mathfrak{P}(M) \cap \mathfrak{P}(N)$.
 - (b) $\mathfrak{P}(M \cup N) \supseteq \mathfrak{P}(M) \cup \mathfrak{P}(N)$.
Welche Bedingungen müssen M und N erfüllen, damit $\mathfrak{P}(M \cup N) = \mathfrak{P}(M) \cup \mathfrak{P}(N)$ gilt.
2. Bestimmen Sie die Eigenschaften der nachfolgenden Relationen $R \subseteq A \times A$ und geben Sie, falls R eine Äquivalenzrelation ist, die zugehörige Klasseneinteilung an.
 - (a) $\{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : a \cdot b \text{ ist eine gerade Zahl oder } a = b\}$,
 - (b) $\{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : a \cdot b \text{ ist eine ungerade Zahl oder } a = b\}$,
 - (c) $\{((a, b), (c, d)) \in \mathbb{N}^2 \times \mathbb{N}^2 : a + c = b + d\}$.
3. Sei $X = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ und $R = \{((x, y), (u, v)) \in X \times X : x + v = u + y\}$. Zeigen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation ist und beschreiben Sie die Äquivalenzklassen.
4. Geben Sie Beispiele von Relationen auf $X = \{1, 2, 3, 4\}$ an, die
 - (a) reflexiv, symmetrisch, aber nicht transitiv,
 - (b) symmetrisch, transitiv, aber nicht reflexiv,
 - (c) reflexiv, transitiv aber nicht symmetrisch,
 - (d) weder reflexiv, noch symmetrisch noch transitivsind.
Wie viele verschiedene Äquivalenzrelationen gibt es auf X ?

Abgabetermin: 3.11.06, vor der Vorlesung