

ÜA Lineare Algebra WS 06/07

6. Serie

1. Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume des $\mathbb{R}^2$?
 - (a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y\}$
 - (b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\}$
 - (c) $a, b \in \mathbb{R}$ beliebig aber fest $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ax + by = 0\}$
 - (d) $a, b \in \mathbb{R}; c \in \mathbb{R}^*$ beliebig aber fest $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ax + by = c\}$
 - (e) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| = |y|\}$
 - (f) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x^2 + y^2 = 4\}$
 - (g) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - y^2 = 0\}$
2. Welche der folgenden Mengen V_i von Zahlenfolgen sind mit der angegebenen Addition und Skalarmultiplikation Vektorräume über $\mathbb{R}$:
Addition: $(a_n) + (b_n) := (c_n)$ mit $c_n = a_n + b_n$
Skalarmultiplikation: $\alpha(a_n) := (d_n)$ mit $d_n = \alpha a_n$ für alle $\alpha \in \mathbb{R}$.
 - (a) V_1 - Menge aller nach oben beschränkten Zahlenfolgen.
 - (b) V_2 - Menge aller Zahlenfolgen (a_n) mit $\forall n \in \mathbb{N} : a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$.
 - (c) $V_\infty = \{(a_1, a_2, \dots) \mid a_i \in \mathbb{R}, \text{ nur endlich viele } a_i \neq 0\}$
3. Bestimmen Sie für den Vektorraum $\mathbb{K}^3$ über dem Körper $\mathbb{K}$ mit $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_2$ die Anzahl der Unterräume. Stellen Sie in einem Schema dar, welcher Unterraum in welchem enthalten ist.
4. Sind folgende Mengen von Vektoren linear abhängig? Wenn möglich, stellen Sie jeden Vektor als Linearkombination der übrigen Vektoren dar.
 - (a) $\{(1, -1, 0), (1, 0, -1), (0, -1, 1)\}$
 - (b) $\{(1, 2, -3, 1), (2, 0, 4, 1), (5, -4, 14, -3)\}$
 - (c) $\{(2, 1, 2, 1), (1, -1, 0, 1), (5, 1, 4, 3)\}$

Abgabetermin: 1.12.06 (vor der Vorlesung)