

ÜA Lineare Algebra WS 06/07

7. Serie

1. Sind folgende Mengen von Vektoren über $\mathbb{Q}$ linear abhängig?
 - (a) $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (-1, 1, 1)\}$
 - (b) $\{(1, 2, -3, 1), (2, 0, 4, 1), (0, 0, 1, -3)\}$
 - (c) $\{(2, 1, 2, 1), (1, -1, 0, 1), (5, 1, 4, 3)\}$
2. Im Vektorraum V über $\mathbb{R}$ seien a und b linear unabhängige Vektoren. Für welche α und β aus $\mathbb{R}$ ist $\{\alpha a + b, a + \beta b\}$ linear unabhängig?
3. Im Vektorraum $\mathbb{R}^4$ über $\mathbb{R}$ sind die Vektoren $u_1 = (1, -2, 1, 0)$, $u_2 = (0, 1, 0, -1)$, $u_3 = (0, 1, -2, 0)$, $u_4 = (0, 3, 1, 0)$ gegeben.
 - (a) Zeigen Sie dass die Menge $E = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ ein Erzeugendensystem von $\mathbb{R}^4$ ist.
 - (b) Ergänzen Sie die linear unabhängige Menge $L = \{(1, -1, 1, -1), (0, 2, 3, 0)\}$ zu einer Basis von $\mathbb{R}^4$, indem Sie Elemente aus E hinzufügen. Wie viele Möglichkeiten gibt es hierfür?
4. Sei U_1 bzw. U_2 der von $\{(4, -3, 2, 0), (7, 0, 5, 3)\}$ bzw. $\{(2, -5, 3, 1), (5, -2, 6, 4), (7, -7, 9, 5)\}$ erzeugte Unterraum von $\mathbb{R}^4$. Bestimmen Sie jeweils eine Basis von $U_1 \cap U_2$ und $U_1 + U_2$.

Abgabetermin: 8.12.06 (vor der Vorlesung)