

ÜA Lineare Algebra SS 07

11. Serie

1. Stellen Sie fest, ob die folgenden Abbildungen $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ Skalarprodukte sind:

(a) $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2,$

(b) $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = 2x_1x_2 - x_1y_2 - y_1x_2 + 3y_1y_2,$

(c) $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = |x_1x_2| + |y_1y_2|.$

2. Es seien v, w vom Nullvektor verschiedene Vektoren eines euklidischen Vektorraumes. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$\|v - w\|^2 = \|v\|^2 + \|w\|^2 - 2\|v\| \cdot \|w\| \cos \angle(v, w).$$

3. Sei V ein euklidischer Vektorraum und $M \subseteq V$. Zeigen Sie, dass das orthogonale Komplement von M :

$$M^\perp = \{x \in V \mid \langle x, m \rangle = 0 \quad \forall m \in M\}$$

ein Unterraum von V ist.

Abgabetermin: 12.04.07 (vor der Vorlesung)