

ÜA Lineare Algebra SS 2007

14. Serie

1. Sei V ein euklidischer Vektorraum endlicher Dimension und U ein Unterraum von V . Zeigen Sie:

(a) $U \cap U^\perp = \{0\}$,

(b) $U^{\perp\perp} = U$. (Hinweis: Die Dimensionsformel $\dim V = \dim U + \dim U^\perp$ verwenden.)

2. Sei V ein euklidischer Vektorraum und U_1 und U_2 Unterräume von V . Zeigen Sie, dass aus $U_1 \subseteq U_2$ folgt, dass $U_1^\perp \supseteq U_2^\perp$.

3. Ergänzen Sie die Menge $\{\frac{1}{2}(1, 1, 1, 1)^T, \frac{1}{2}(-1, 1, -1, 1)^T\}$ zu einer Orthonormalbasis des $\mathbb{R}^4$.

4. Bestimmen Sie für den Unterraum $U = \langle (1, 2, -1, -2), (3, 1, 1, 1), (-1, 0, 1, -1) \rangle$ des euklidischen Vektorraumes $\mathbb{R}^4$ (Standardskalarprodukt) eine ortho-normierte Basis.

5. U_4 sei der Vektorraum der Polynome vom Grad < 4 . Geben Sie eine orthonormierte Basis von U_4 bezüglich des Skalarproduktes

$$\langle p_1, p_2 \rangle := \int_{-1}^1 p_1 p_2 dx$$

an.

Abgabetermin: 19.04.07 (vor der Vorlesung)