

ÜA Lineare Algebra SS 07

15. Serie

1. Weisen Sie folgende Eigenschaften des Vektorproduktes nach:
 - (a) $a \times b$ ist orthogonal zu a .
 - (b) $a \times b$ ist orthogonal zu b .
 - (c) $a \times b = 0$ genau dann, wenn a und b linear abhängig sind.
 - (d) $a \times b = -b \times a$
 - (e) $k(a \times b) = (ka) \times b = a \times (kb)$.
 - (f) $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$.
 - (g) Zeigen Sie, dass das Assoziativgesetz nicht gilt.
2. Berechnen Sie das Volumen und die Oberfläche der dreiseitigen Pyramide mit den Eckpunkten $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.
3. Welche der folgenden Abbildungen $\alpha : V \rightarrow W$ sind linear? (Nachweis oder Gegenbeispiel)
 - (a) $V = W = \mathbb{R}^4, \alpha(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_2, x_3, x_4, x_1)$,
 - (b) $V = W = \mathbb{R}^4, \alpha(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1, x_2^2, x_3^3, x_4^4)$,
 - (c) $V = W = \mathbb{R}^4$,
 $\alpha(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1, x_1 + x_2, x_1 + x_2 + x_3, x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$,
 - (d) $V = W = \mathbb{R}^2, \alpha(x_1, x_2) = (x_1, x_1 x_2^2 + \sqrt{x_1^2 x_2^4 + 1} + \frac{1}{x_1 x_2^2 - \sqrt{x_1^2 x_2^4 + 1}})$.

Abgabetermin: 10.05.07 (vor der Vorlesung)