

Lineare Algebra und Geometrie 06/07

Schwerpunkte

1. Grundlagen

- Logik (Aussagen, Aussagenverbindungen, Tautologien, Quantoren),
- Mengen (Cantorsche Definition, Mengenoperationen, Potenzmenge, kartesisches Produkt),
- Relationen (Definition, Eigenschaften, Ordnungsrelationen, Äquivalenzrelation, Hauptsatz über ÄR),
- Abbildungen (Definition, injektiv, surjektiv, Nacheinanderausführung, Permutation),
- Mächtigkeit (endlich, unendlich, abzählbar, überabzählbar),
- Algebraische Strukturen (Gruppen, Ringe Körper, Beispiele, u.a. S_n , Restklassen modulo m)

2. Vektorräume

- Definition und Beispiele(mindestens 5)
- Unterräume (Unterraumkriterium, Durchschnitt, Summe,)
- linear unabhängig (Definition, Beispiele von linear unabhängigen Mengen)
- Basis (Definition, Basisergänzungssatz,Austauschsatz von Steinitz, Dimension)
- Komplement (Definition, Dimensionssatz)

3. Lineare Gleichungssysteme

- Matrizen (Definition, Operationen, Eigenschaften)
- Rang einer Matrix
- Beschreibung linearer Gleichungssysteme durch Matrizen (Lösungsmenge, Lösbarkeit in Zusammenhang mit $r(A)$, $r(A,b)$)
- Zusammenhang zwischen den Lösungen des inhomogenen und des zugehörigen homogenen Systems
- Gaußscher Algorithmus

4. Affine Räume

- Definition und Beispiele
- affine Unterräume
- Geraden und Ebenen im 2- und 3-dimensionalen Raum (parameterfreie Darstellung, Parameterdarstellung)
- Koordinatensysteme (Koordinatentransformation)
- Schnitte und Verbindung von affinen Teilräumen (Dimensionssatz)
- Teilverhältnis (Definition,Strahlensatz, Satz von Menelaos, Satz von Ceva)

5. Euklidische Vektorräume

- Skalarprodukt (Definition und Eigenschaften)
- Norm, Winkel
- Cauchy-Schwarzsche Ungleichung
- Anwendungen (Kosinussatz)
- Orthogonalität (Definition, Eigenschaften)
- orthogonales Komplement
- Schmidtsches Orthonormierungsverfahren

6. A^2, A^3

- Abstandsmessung
- Hessesche Normalform der Geraden im A^2 (Anwendung)
- Hessesche Normalform der Ebene im A^3 (Anwendung)
- Anwendung auf Dreiecke (Höhen, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Schwerpunkt, Eulersche Gerade)
- Kreis (Definition, Tangente)
- Vektorprodukt, Spatprodukt (Definition, Eigenschaften, Anwendung, Plückersche Form)

7. Lineare Abbildungen

- Definition und Eigenschaften (Beispiele)
- Kern und Bild (Dimensionssatz)
- Beschreibung durch Matrizen (Basiswechsel)

8. Determinante

- Definition und Eigenschaften
- Entwicklungssatz
- Cramersche Regel, A^{-1}

9. Eigenwerte und Eigenvektoren

- Definition und Beispiele
- Diagonalisierbarkeit (charakteristisches Polynom, Berechnung von EW und EV)
- orthogonale Abbildungen (Definition, Eigenschaften, Beispiele für $n = 2, 3$)
- Ähnlichkeitsabbildungen (Definition und Eigenschaften)

10. Affine Abbildungen

- Definition und Eigenschaften
- Affinitäten
- Bewegungen im 2- und 3-dimensionalen Raum (Klassifizierung nach Fixpunktmen-
gen)