TESTAT	**Diskrete Mathematik und Lineare Optimierung**	**11. Juli 2002**

Vorlesung: Prof. Dr. H.-D. Gronau
Übungen: Dr. M. Grüttmüller

Wichtig: 1.) Bitte die Aufgaben 1–4 und die Aufgaben 5–7 auf getrennte Blätter schreiben.
2.) Bitte den Namen auf jedes Blatt schreiben.
3.) Bestanden: ≥ 20 Punkte von 50 möglichen.

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Modellieren Sie folgenden praktischen Sachverhalt als mathematisches Optimierungsproblem. Eine der entstehenden Bedingungen ist problematisch für den Standardlösungsalgorithmus. Welche Bedingung und warum ist sie problematisch? Geben Sie schließlich das LOP in Normalform mit Gleichungsnebenbedingungen an.

Eine Firma stellt Fenster und Türen her, die zunächst die Holzverarbeitung und dann die Glaserei durchlaufen müssen. Dabei verursacht ein Fenster einen Zeitaufwand von 15 Minuten in der ersten und 30 Minuten in der zweiten Abteilung, jede Tür benötigt 30 Minuten in der ersten und 20 Minuten in der zweiten Abteilung. Zur Verfügung stehen in der Holzverarbeitungsabteilung 80 und in der Glaserei 100 Produktionsstunden.
Der Nettogewinn einer Tür ist doppelt so hoch wie der eines Fensters. Gesucht wird ein Produktionsprogramm mit größtmöglichem Gewinn.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Bestimmen Sie ausgehend von der folgenden Simplextabelle die nächste Tabelle, die sich im Simplexalgorithmus ergibt. Geben Sie die Regel an, nach der Sie dabei vorgehen.

		4	5	6
	20	-2	4	-3
1	6	2	12	2
2	6	2	6	3
3	4	1	-3	0

Aufgabe 3 (9 Punkte)

Es sind drei Simplextabellen gegeben. Entscheiden und begründen Sie jeweils, ob eine optimale Lösung existiert oder nicht. Und wenn ja, dann geben Sie **alle** optimalen Lösungen und den maximalen Zielfunktionswert an.

Bitte umblättern

a.)

		2	5	6
	83	1	-1	-3
4	6	-1	-3	2
1	6	4	-2	-4
3	4	-2	-3	3

b.)

		5	2	4
	-20	2	1	4
3	4	0	-1	2
1	1	2	-3	3

c.)

		5	4	3
	13	2	3	0
1	4	2	1	2
2	3	-1	2	0

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben ist ein lineares Optimierungsproblem:

$$
(P) \qquad \begin{array}{rcr}
5x_1 + 4x_2 + 16x_3 & = & \text{MAX} \\
2x_1 + \ x_2 + \ 3x_3 & \leq & 5 \\
x_1 + \ x_2 + \ 5x_3 & \leq & 3 \\
x_1, x_2, x_3 & \geq & 0
\end{array}
$$

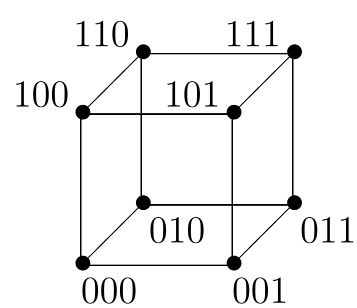
a.) Stellen Sie das zu (P) zugehörige duale Optimierungsproblem (D) auf.

b.) Die optimale Lösung von (D) lautet $y_1^* = 1$ und $y_2^* = 3$. Berechnen Sie ausgehend von $\mathbf{y}^*$ die optimale Lösung $\mathbf{x}^*$ von (P).

c.) Geben Sie ein Kriterium an, mit dem Sie überprüfen können, ob $\mathbf{x}^*$,$\mathbf{y}^*$ wirklich die gesuchten optimalen Lösungen sind. Führen Sie anhand dieses Kriteriums die Probe durch.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Man bestimme die Anzahl der Gerüste des Würfelgraphen Q_3.



Aufgabe 6 (6 Punkte)

12 Schachspieler wollen ein Turnier organisieren, so dass am Ende jeder gegen jeden genau einmal gespielt hat und an 11 Spieltagen jeder jeweils genau eine Partie gespielt hat. Geben Sie einen geeigneten Spielplan an !

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Sei G ein schlichter Graph auf n Punkten, für den jeder Punkt mindestens den Grad $\frac{n-1}{2}$ hat. Man zeige, dass G zusammenhängend ist.