

# Übungsaufgaben     DISKRETE MATHEMATIK UND OPTIMIERUNG

**SERIE 1**

**Termin:** 21.04.2004

**1.1**     Eine Parfümerie stellt zwei After Shave AS1 und AS2 her. Die Grundlage bilden drei exotische Rohstoffe R1, R2, R3, die nur in begrenztem Umfang zur Verfügung stehen (32 ME von R1, 20 ME von R2 und 24 ME von R3). Um eine Mengeneinheit (ME) von AS1 zu produzieren, werden jeweils vier ME der Rohstoffe R1 und R2 benötigt. Zur Produktion einer ME des After Shave AS2 benötigt man 8 ME von R1, 2 ME von R2 und 8 ME von R3. Eine ME des After Shave AS1 bringt dem Unternehmen einen Reingewinn von 20 GE (Geldeinheiten). Beim After Shave AS2 beträgt der Gewinn 30 GE.

Geben Sie die Zielfunktion zur Gewinnmaximierung an und formulieren Sie das lineare Ungleichungssystem der Rohstoffrestriktionen. Lösen Sie das lineare Optimierungsproblem grafisch.

**1.2**     Auf einer Farm werden Kühe und Schafe gehalten. Für 50 Kühe und 200 Schafe sind Ställe vorhanden. Die Farm umfasst 72 Morgen Weideland. Für eine Kuh werden ein Morgen, für ein Schaf 0,2 Morgen Weide benötigt. Auf eine Kuh entfallen jährlich 150 Arbeitsstunden, auf ein Schaf 25 Arbeitsstunden. Zur Versorgung des Viehs stehen jährlich bis zu 10.000 Arbeitsstunden zur Verfügung. Der jährlich erzielte Reingewinn beträgt je Kuh 250 EUR und je Schaf 55 EUR.

Bestimmen Sie den Bereich der zulässigen Lösungen und führen Sie eine grafische Optimierung durch. Dabei ist die Anzahl der zu haltenen Kühe und Schafe so zu bestimmen, dass der Gesamtgewinn möglichst groß ist.

### 1.3

Folgende lineare Optimierungsprobleme sind grafisch zu lösen und in ihren Besonderheiten zu charakterisieren.

a.)

$$z = 10x_1 + 4x_2 \rightarrow MAX$$

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\leq 4 \\2x_1 - x_2 &\geq 2 \\x_2 &\geq 1 \\2x_1 + 2x_2 &\geq 3 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

b.)

$$z = 10x_1 + 40x_2 \rightarrow MAX$$

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\leq 4 \\2x_1 - x_2 &\geq 2 \\x_2 &\geq 1 \\2x_1 + 2x_2 &\leq 3 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

c.)

$$z = 8x_1 + 2x_2 \rightarrow MAX$$

$$\begin{aligned}3x_1 + 5x_2 &\leq 60 \\3x_1 + 2x_2 &\leq 36 \\x_1 + x_2 &= 13 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

d.)

$$z = -x_1 - 3x_2 \rightarrow MIN$$

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 &\leq 300 \\x_1 + x_2 &\leq 150 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0\end{aligned}$$