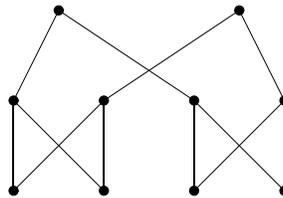


6.1 12 Schachspieler wollen ein Turnier organisieren, so dass am Ende jeder gegen jeden genau einmal gespielt hat und an 11 Spieltagen jeder jeweils genau eine Partie gespielt hat.

- (a) Geben Sie einen geeigneten Spielplan an !
- (b) Angenommen, ein Spieler sagt ab. Organisieren Sie ein Turnier mit 11 Spieltagen, bei dem immer noch jeder der nun 11 Spieler gegen jeden anderen genau einmal spielt. Pro Spieltag darf genau ein Spieler aussetzen und die anderen spielen genau eine Partie.
- (c) Geben Sie eine allgemeine Konstruktion für eine beliebige ungerade Anzahl von Spielern an.

6.2 Man zeige, dass in jedem schlichten Graphen mit mehr als einem Knoten zwei Knoten gleichen Grades existieren!

6.3 Sei G der abgebildete Graph.



- (a) Ist G ein paarer (bipartiter) Graph? Ist G EULERScher Graph? Ist G HAMILTONScher Graph?
(**Hinweis:** Geben Sie eine kurze Begründung für die Antworten!)
- (b) Man zeichne ein Matching mit 4 Kanten, und ein Gerüst (spannender Baum) von G . Kennzeichnen Sie die Knoten einer minimalen Knotenüberdeckung.

6.4 Ein Vorschlag für die Konstruktion eines Minimalgerüsts in einem zusammenhängenden Graphen mit Gewichtsfunktion lautet wie folgt: *Nehme stets Kanten mit kleinstem Gewicht in das Minimalgerüst auf, die keinen Kreis erzeugen.* Formulieren Sie diesen Algorithmus mathematisch exakt, und geben Sie einen Beweis für die Korrektheit dieses Greedy-Algorithmus oder ein Gegenbeispiel an, welches kein Minimalgerüst erzeugt.

6.5 Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *planar*, wenn er so in eine Ebene gezeichnet werden kann, dass Knoten Punkten und Kanten sich nicht kreuzenden Strecken, die die Punkte verbinden, entsprechen. Bei einer solchen Zeichnung zerfällt die Ebene in Gebiete, wobei zwei Punkte genau dann in einem Gebiet liegen, wenn sie durch eine (kontinuierliche) Kurve, die keine Kante schneidet, verbunden werden können. (Die Knoten und Kanten von G werden selbst keinem Gebiet zugeordnet.) Sei $n := |V|$, $m := |E|$ und f die Anzahl der Gebiete, in die die Ebene durch einen zusammenhängenden planaren Graphen $G = (V, E)$ zerfällt. Man beweise die EULERSche Polyederformel:

$$n - m + f = 2$$

(Hinweis: Man führe Induktion über die Anzahl der Kanten.)