Übungsaufgaben

GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK

SERIE 3

Termin: $\boxed{\textbf{26.05.2004}}$

3.1 Geben Sie einen formalen Beweis für die Gültigkeit der folgenden Schlüsse.

(a) Wenn Frankreich oder Brasilien die WM gewinnen, dann trinken wir einen und feiern die ganze Nacht. Also, wenn Frankreich die WM gewinnt, dann trinken wir einen.

(b) Du mähst den Rasen und wäscht das Auto, oder du bekommst kein Taschengeld. Wenn du kein Taschengeld bekommst, dann musst du heute Abend zu Hause bleiben. Also, du wäscht das Auto oder du bleibst heute Abend zu Hause.

3.2 Angenommen, die folgenden Individuen und Prädikate sind definiert: p: Peter, m: Peters Mutter, Px: x lebt in Peru, Mx: x fährt Mercedes und Cx: x ist Chef. Symbolisieren Sie die Aussagen:

(a) Peter lebt in Peru und seine Mutter fährt Mercedes.

(b) Wenn Peter Mercedes fährt, dann ist seine Mutter Chef.

(c) Jeder der in Peru lebt fährt Mercedes oder ist Chef.

(d) Einige Peruaner fahren Mercedes, sind aber nicht Chef.

3.3 Angenommen, die folgenden Prädikate sind definiert im Grundbereich aller Menschen: Ux: x ist unehrlich, Ex: x hat Erfolg, Tx: x kann man trauen. Drücken sie folgende Aussagefunktionen in vernünftigen deutschen Sätzen aus.

(a) $\forall x(Ux \to \neg Tx)$

(b) $\forall x[Ex \to (\neg Ux \wedge Tx)]$

(c) $[\exists x(Ux \wedge Ex)] \to (\neg \exists x\, Tx)$

(d) $[\neg \forall x(Ex \to Tx)] \wedge [\exists x(Ex \wedge \neg Ux)]$

3.4 Symbolisieren Sie folgende Sätze durch Aussagefunktionen. Definieren Sie in jedem Fall die notwendigen Prädikate.

(a) Reiche Menschen sind nicht immer glücklich.

(b) Jeder Teilnehmer der Auktion kaufte etwas.

(c) Niemand verbringt sein ganzes Leben mit Arbeit.

(d) Jeder applaudiert jemanden, der mutig ist.

(e) Jemand, der niemanden respektiert, hat keine Freunde.

3.5 Geben Sie einen formalen Beweis für die Gültigkeit der folgenden Schlüsse.

(a) Einige Menschen sind schön und reich. Jeder Reiche ist unehrlich. Also gibt es Menschen, die sind schön und unehrlich.

(b) Alle geraden Zahlen sind rational und teilbar durch 2. Einige gerade Zahlen sind durch 4 teilbar. Also gibt es Zahlen, die durch 2 und durch 4 teilbar sind.

(c) Es gibt keine Polynome, die nicht differenzierbar sind. Alle differenzierbaren Funktionen sind stetig. Also sind alle Polynome stetig.