3. TESTAT	MATHEMATIK FÜR WIW, WIN
16. Juli 1999	VORLESUNG: Prof. Dr. H.-D. Gronau ÜBUNGEN: Dr. U. Leck / M. Grüttmüller

1. Beweisen Sie, dass die durch $a_0 = 1$ und

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + 2) \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

rekursiv definierte Folge konvergiert, und bestimmen Sie ihren Grenzwert.

2. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a) $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\cos x}{1-\sin x}$

(b) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x^2 \sin\dfrac{1}{x}\right)$

(c) $\lim\limits_{x\to\infty} x^{1/x^2}$

3. Bestimmen Sie alle Unstetigkeitsstellen der Funktion

$$f(x) = \frac{|x|\cdot(x-1)^2}{x\cdot(x-1)} \quad ,$$

und entscheiden Sie jeweils, welche Art von Unstetigkeit vorliegt.

4. Wenn ein Unternehmen genau x Erzeugnisse pro Monat herstellt, setzt es den Preis r pro Erzeugnis als

$$r(x) = 100 - \frac{x^2}{10\,000}$$

fest. Die Gesamtkosten C für die Herstellung von x Erzeugnissen pro Monat betragen

$$C(x) = \frac{x^2}{10} + 2x + 20 \quad .$$

Bestimmen Sie die Anzahl von Erzeugnissen, die das Unternehmen pro Monat herstellen muß, um den größtmöglichen Gewinn zu realisieren.

5. Wie lautet der Koeffizient von x^{100} in der McLaurin-Reihe der folgenden Funktion?

$$f(x) = \ln(2x+1)$$

6. Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a) $\int \left(\sqrt{x} - x^{3/2}\right) \, \mathrm{d}x$

(b) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, \mathrm{d}x$

(c) $\int x \ln x \, \mathrm{d}x$

7. Berechnen Sie das unbestimmte Integral der folgenden Funktion.

$$f(x) = \frac{x^2+x+2}{x^3+2x^2+x}$$

8. Bestimmen Sie den Flächeninhalt der von den Kurven

$$y = \sqrt{x+4}$$

und

$$y = \frac{1}{8}(x+4)^2$$

eingeschlossenen Fläche.

Bei jeder Aufgabe sind maximal 5 Punkte erreichbar.