4. TESTAT		MATHEMATIK FÜR WIW, WIN
13. Dezember 1999	VORLESUNG:	Dr. U. Leck
	ÜBUNGEN:	Dr. M. Grüttmüller, Dr. F. Leitenberger

1. Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen.

(a) $y' + \frac{1}{x} y = \frac{1}{x} \sin x$ mit $y(\pi) = 2$ **(5 Punkte)**

(b) $y'' - 6y' + 9y = -e^{2x}$ **(5 Punkte)**

2. Bestimmen Sie alle lokalen Extremstellen der Funktion $f(x, y) = x^3 - y^2 - 3x + 1$.
(5 Punkte)

3. Die Gleichung $x^2 + xy + y^2 = 1$ beschreibt eine Ellipse, deren Mittelpunkt im Koordinatenursprung liegt. Bestimmen Sie auf dieser Ellipse alle Punkte mit minimalem bzw. maximalem Abstand zum Koordinatenursprung. **(10 Punkte)**

4. Bestimmen Sie mit Hilfe der Kettenregel die partielle Ableitung von z nach x, wobei $z = s^2 - st + t^2$, $s = y \ln x$, $t = \sin(x + y)$. **(5 Punkte)**

5. Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = 2x - xy$ und die Punkte $A(-1; 1)$ und $B(2; -3)$ in der x-y-Ebene. Bestimmen Sie die Richtungsableitung von f im Punkt A in Richtung $\vec{AB}$.
(5 Punkte)

6. **(a)** Bestimmen Sie nach der Methode der kleinsten Quadrate die Regressionsgerade für die Punkte $(3; 4)$, $(5; 8)$, $(5; 7)$, $(8; 12)$, $(9; 9)$. **(4 Punkte)**

(b) Stellen Sie die Punkte aus (a) und die Regressionsgerade grafisch dar. **(1 Punkt)**

7. Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktion. **(5 Punkte)**

$$f(x) = \int_1^{\pi x^{-1}} \frac{\sin(xy)}{y} \, \mathrm{d}y$$

8. Es sei G die Kreisscheibe $x^2 + y^2 \leq R^2$. Berechnen Sie das folgende Gebietsintegral.
(5 Punkte)

$$I = \int_G (x^2 + y^2) \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$$