

1. Stellen Sie die Wahrheitstafel für den folgenden Ausdruck auf.

$$\overline{(\bar{p} \rightarrow q) \wedge p}$$

2. Für eine Gruppe von genau 100 Studenten finden nacheinander drei Testate statt. Folgendes ist bekannt:

- Genau 85 Studenten nahmen am ersten Testat teil.
- Genau 60 Studenten nahmen am zweiten Testat teil.
- Genau 40 Studenten nahmen am dritten Testat teil.
- Genau 50 Studenten nahmen sowohl am ersten als auch am zweiten Testat teil.
- Genau 35 Studenten nahmen sowohl am ersten als auch am dritten Testat teil.
- Genau 25 Studenten nahmen sowohl am zweiten als auch am dritten Testat teil.
- Genau 20 Studenten nahmen an allen drei Testaten teil.

Wie viele der 100 Studenten nahmen an keinem der drei Testate teil?

3. Beim Fußballtoto kreuzt man auf einem Tipschein für 11 Spiele jeweils „Sieg“, „Remis“ oder „Niederlage“ an. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, einen Tipschein auszufüllen?
4. Es sei  $n$  eine positive natürliche Zahl und  $a$  eine reelle Zahl mit  $a \geq -1$ . Beweisen Sie die Gültigkeit der folgenden Ungleichung.

$$(1 + a)^n \geq 1 + an$$

5. Ermitteln Sie den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen 19796 und 21518.
6. Bestimmen Sie in  $(\mathbb{Z}_{17}, +, \cdot)$  (d.h. im Körper mit 17 Elementen) für die Elemente 1, 2 und 11 jeweils das multiplikative Inverse.
7. Welchen Rest läßt die Zahl  $2^{101} \cdot 6^{51}$  beim Teilen durch 11? Begründen Sie Ihre Antwort.
8. Bestimmen Sie sämtliche Lösungen der folgenden Differenzgleichung.

$$y_{n+2} - 7y_{n+1} + 10y_n = n + 1 \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

9. Gegeben sind die komplexen Zahlen  $z_1 = 3 - i$  und  $z_2 = -1 + 2i$ . Stellen Sie die Zahlen  $z_1 \cdot z_2$  und  $\frac{z_1}{z_2}$  in kartesischer Form (d.h. in der Form  $x + yi$ ) dar.
10. Stellen Sie die folgende komplexe Zahl in kartesischer Form dar.

$$\left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i \right)^{191}$$

Bei jeder Aufgabe sind maximal 5 Punkte erreichbar.