

Übungen zu: Analysis III

Abgabetermin 21.10.2003

Aufgabe 1

(a) Zeige, dass für jedes $c \in \mathbb{R}$, die Funktion

$$y(x) = c + \frac{1}{2} \arctan x^2$$

eine Lösung der Differentialgleichung $y'(x) = \frac{x}{1+x^4}$ ist.

(b) Zeige, dass für jedes $c \in \mathbb{R}$, die Funktion

$$y(x) = ce^{\sin x}$$

eine Lösung der Differentialgleichung $y'(x) = y(x) \cos x$ ist.

(c) Zeige, dass für jedes $c \in \mathbb{R}$, die Funktion

$$y(x) = \tan(e^x + c)$$

eine Lösung der Differentialgleichung $y'(x) = e^x y(x)^2 + e^x$ ist.

Aufgabe 2

Skizziere das Richtungsfeld der Differentialgleichung

$$y'(x) = xy(x) + 1 - x^2$$

und versuche eine Lösung der Gleichung zu finden.

Aufgabe 3

Ein Parabolspiegel ist ein Gerät, welches parallel einfallende Strahlen so reflektiert, dass die Strahlen in einem Punkt gebündelt werden. Die Form des Parabolspiegels wird dabei durch eine Differentialgleichung erster Ordnung definiert.

(a) Bestimmen Sie ausgehend von den physikalischen Gesetzmäßigkeiten diese Differentialgleichung.

(b) Lösen Sie die Differentialgleichung (z.B. mit Maple) und plotten Sie eine Lösungskurve, die durch den Koordinatenursprung geht.