

Übungen zu: Analysis III

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen folgender Differentialgleichungen:

- (a) $x' = \sqrt{1+x^2} \cdot \left(\frac{2t+1}{t^2+5t+6}\right)$ ($t \geq 0$);
- (b) $x' = 2x + t^2$;
- (c) $x' = 2x + x^2$;
- (d) $x'' + 2x' + x = f(t)$.
- (e) $x''' - x'' - x' + x = 0$.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden Systems

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} -2e^t \\ 8e^t \end{pmatrix}.$$

Ferner bestimme man die spezielle Lösung mit der Anfangsbedingung $x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems

$$y'' = 2y(1+y^2), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$