

Übungen zu: Analysis III

Abgabetermin 9.12.2003

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß das Laguerre-Polynom

$$L_n(x) = e^x \left(\frac{d}{dx} \right)^n (x^n e^{-x})$$

eine Lösung der Laguerreschen Differentialgleichung

$$xy'' + (1 - x)y' + ny$$

ist.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Gleichung

$$y'' - 2xy' + 2y = x^2.$$

Hinweis: Die allgemeine Lösung der homogenen Gleichung hat keine Darstellung als Kombination elementarer Funktionen, sondern läßt sich nur als Integral schreiben.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, daß die Funktion

$$y(x) = \int_0^\pi \cos(x \cos t) dt$$

eine Lösung der Besselschen Differentialgleichung

$$xy'' + y' + xy = 0$$

ist.

Aufgabe 4

Es seien $a > 0$ und $c > 0$. Finden Sie eine geschlossene Form für die Hypergeometrischen Funktionen $F(a, 2; a; x)$ und $F(a, -2; c; x)$.