Grundkurs Mathematik
Wirtschaftsingenieurwesen/Wirtschaftsinformatik

PRÜFUNG

20. Februar 1998

Aufgabe 1 (8 Punkte)

1.1. Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = \sqrt{3} + i$ und $z_2 = -1 - \sqrt{3}i$. Stellen Sie die Zahlen $z_1 z_2$ und $\frac{z_1}{z_2}$ jeweils in der Form $a + bi$ und in der Form $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ dar.

1.2. Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung $z^5 - z^2 = 0$.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem.

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 - x_3 &= 1 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 3 \\ x_1 + 5x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Im $I\!R^3$ sind die folgenden Vektoren gegeben:

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

3.1. Welche Dimension hat der von den drei Vektoren aufgespannte Unterraum U ?

3.2. Bestimmen Sie das orthogonale Komplement von U.

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Im $I\!R^3$ sind die folgenden Punkte gegeben:

$$P \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Q \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad R \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Gerade durch Q und R.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

5.1. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x}$ **(b)** $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x-1}{\sin(x-1)}$

5.2. Entscheiden Sie, welche der folgenden Reihen konvergieren.

(a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n}\right)^n$ **(b)** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)^{2n}}{(2n^2+1)^n}$

b.w.

Aufgabe 6 **(10 Punkte)**

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = x^2 + y^2$ mit der Nebenbedingung $x + y = 1$. Bestimmen Sie alle Punkte, in denen $f(x,y)$ ein Extremum besitzt, und entscheiden Sie jeweils, ob Minimum oder Maximum vorliegt.

Aufgabe 7 **(14 Punkte)**

7.1. Lösen Sie die Differentialgleichung $y' - \frac{1}{x}y = x \sin x$.

7.2. Lösen Sie die Differenzengleichung $y_{k+3} - 3y_{k+1} - 2y_k = 3^k$ mit $y_0 = y_2 = 0$, $y_1 = -\frac{1}{16}$.

Aufgabe 8 **(12 Punkte)**

Es sei K der Körper, der durch die Flächen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ und $6x + 3y + 2z = 6$ begrenzt wird.

8.1. Berechnen Sie das Volumen von K.

8.2. Bestimmen Sie die x–Koordinate S_x des Schwerpunktes von K.

Aufgabe 9 **(10 Punkte)**

Berechnen Sie die Länge des Bogens $x = \frac{1}{2}t^2 + t$, $y = \frac{4}{3}t^{3/2}$, $-1 \leq t \leq 1$.

Aufgabe 10 **(8 Punkte)**

Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = e^{3x}$ an der Stelle $x_0 = 0$ in eine Taylorreihe.

Maximalpunktzahl: 100
Zum Bestehen der Prüfung sind 40 Punkte zu erreichen.