GRUNDKURS MATHEMATIK
WIRTSCHAFTSINGENIEURWESEN/WIRTSCHAFTSINFORMATIK

WIEDERHOLUNGSPRÜFUNG

21. Juli 1998

Aufgabe 1 (8 Punkte)

1.1. Berechnen Sie die Zahl $(2+i)^7$.

1.2. Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung $z^4 + 13z^2 + 36 = 0$.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem.

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 3 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 &= 11 \end{aligned}$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Im $\mathbb{R}^3$ sind die folgenden Vektoren gegeben:

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 24 \end{pmatrix}, \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} -15 \\ 30 \\ -120 \end{pmatrix}, \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} 8 \\ -16 \\ 32 \end{pmatrix}.$$

3.1. Geben Sie eine Basis des von den drei Vektoren aufgespannten Unterraumes U an.

3.2. Bestimmen Sie das orthogonale Komplement von U.

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Im $\mathbb{R}^3$ sind folgende Punkte gegeben:

$$P = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Wie groß ist der Abstand des Punktes P von der Ebene durch A, B, C?

Aufgabe 5 (8 Punkte)

5.1. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln x}{x}$ **(b)** $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{e^{-x}-1}{x}$

5.2. Entscheiden Sie, welche der folgenden Reihen konvergieren.

(a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{20n+1}{3^n}$ **(b)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt{n^n}}$

b.w.

Aufgabe 6 **(10 Punkte)**

Gegeben ist die Funktion $f(x,y) = 3xy^2 - x^2 - 6y^2 - 8x$. Bestimmen Sie alle Punkte, in denen $f(x,y)$ ein Extremum besitzt, und entscheiden Sie jeweils, ob Minimum oder Maximum vorliegt.

Aufgabe 7 **(14 Punkte)**

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen.

7.1. $y' + y\cos x = \sin 2x$

7.2. $y''' - 3y'' + 3y' - y = e^x$ mit $y(0) = 0$, $y(-1) = y(1) = \frac{1}{6}e^x$

Aufgabe 8 **(12 Punkte)**

Es sei K der Körper, der durch die Flächen $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ und $z = 4$ begrenzt wird.

8.1. Bestimmen Sie das Volumen von K.

8.2. Die Masse von K sei gemäß der Dichtefunktion $\rho(x,y,z) = z$ verteilt. Berechnen Sie die Masse von K.

Aufgabe 9 **(10 Punkte)**

Berechnen Sie die Fläche innerhalb der geschlossenen Kurve $x = t^2 - 1$, $y = t^3 - t$, $-1 \le t \le 1$.

Aufgabe 10 **(8 Punkte)**

Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \ln(2 + x)$ an der Stelle $x_0 = 0$ in eine Taylorreihe.

Maximalpunktzahl: 100

Zum Bestehen der Prüfung sind 40 Punkte zu erreichen.