PRÜFUNG **Mathematik für WIW, WIN** **28. Juli 2000**

Vorlesung: Prof. Dr. H.-D. Gronau, Dr. U. Leck
Übungen: Dr. M. Grüttmüller, Dr. U. Leck, Dr. F. Leitenberger

1. Wie lauten die beiden letzten Ziffern in der Dezimaldarstellung der Zahl 2^{999} ?

2. Stellen Sie die komplexe Zahl $(\sqrt{3} - i)^{-100}$ in der Form $a + bi$ (mit $a, b \in \mathbb{R}$) dar.

3. Ermitteln Sie sämtliche Lösungen des folgenden Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 4 \\ 2x + y - z &= 3 \\ 3x + 3y + 2z &= 7 \end{aligned}$$

4. Bestimmen Sie den Abstand des Punktes $P(-4; -3; 0)$ von der Ebene, die durch die Punkte $Q(-2; -6; 0)$, $R(-8; 2; -4)$ und $S(-6; 0; -2)$ geht.

5. Entscheiden Sie, welche der nachstehenden Folgen für $n \to \infty$ konvergieren, und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

(a) $a_n = \left(1 - \frac{2}{n}\right)^2$

(b) $b_n = \left(\frac{n-3}{n}\right)^{\frac{n}{2}}$

(c) $c_n = n - \sqrt{n^2 - n + 1}$

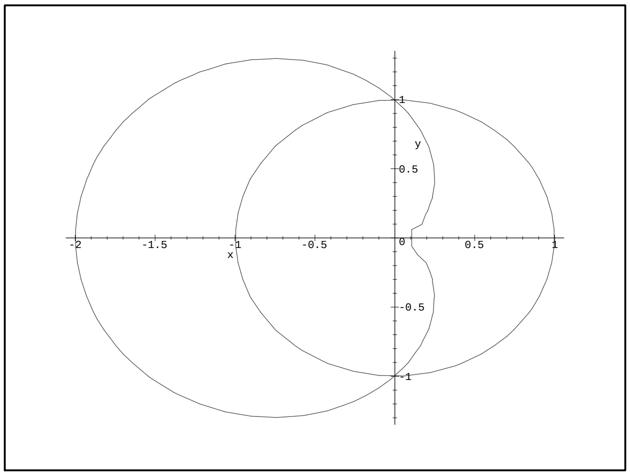
6. Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = x^4 - 4x^2$ in eine Taylor-Reihe um den Punkt $x_0 = -2$.

7. Lösen sie das folgende Anfangswertproblem.

$$y' + \frac{1}{x}y = e^x \quad \text{mit} \quad y(2) = 0$$

8. Der Querschnitt eines Tunnels habe die Form eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis. Der Umfang des Querschnitts beträgt 18 m. Für welchen Halbkreisradius wird der Flächeninhalt des Querschnitts am größten?

9. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die vom Einheitskreis und von der Kurve $x = \sqrt{x^2 + y^2} - (x^2 + y^2)$ begrenzt wird und ausserhalb des Einheitskreises liegt.



10. Berechnen Sie die Länge des Bogens $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, $0 \leq x \leq 3$.

Bei jeder Aufgabe sind 5 Punkte erreichbar.