

**Vorlesung:** Prof. Dr. H.-D. Gronau

**Übungen:** E. Neidhardt, Dr. M. Grüttmüller

### Aufgabe 1 (5 Punkte)

Von der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

bestimme man die Eigenwerte und zu  $\lambda = -1$  die dazugehörigen Eigenvektoren.

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Bestimmen Sie Schnittpunkt und Schnittwinkel der Geraden  $g_1$  und  $g_2$  im  $\mathbb{R}^2$ . Dabei wird  $g_1$  beschrieben durch die Gleichung  $3x - y = 5$  und  $g_2$  geht durch die Punkte  $P_1 = (0; 2)$  und  $P_2 = (6; -1)$ .

### Aufgabe 3 (5 Punkte)

Bestimmen Sie den Abstand der Geraden  $g_1$  und  $g_2$  im  $\mathbb{R}^3$ .

$$g_1 : \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad g_2 : \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 4 (5 Punkte)

Welchen Abstand besitzt der Punkt  $D = (4; -3; 1)$  von der Ebene, die durch die Punkte  $A = (-22; 2; 1)$ ,  $B = (-6; 8; 2)$  und  $C = (2; -3; -1)$  bestimmt ist.

### Aufgabe 5 (5 Punkte)

Man untersuche folgende Zahlenfolgen  $\{a_n\}$  auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert.

$$(a) \quad a_n = \frac{n^2 + 3n - 2}{3n^2 + 5} \quad (b) \quad a_n = \sqrt{n^2 + 1} - n \quad (c) \quad a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n+2}$$

### Aufgabe 6 (5 Punkte)

Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe und untersuche das Verhalten in den Randpunkten des Konvergenzintervalls:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 x^n$$

### Aufgabe 7 (5 Punkte)

Man berechne folgende Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x}{x + 3} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\ln x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$$

### Aufgabe 8 (5 Punkte)

Man ermittle die Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$(a) f(x) = \left( \frac{x^2 + 7x}{(x-4)^4} \right)^9 \quad (b) f(x) = x^{\cos x}$$

### Aufgabe 9 (5 Punkte)

Man entwickle die Funktion  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  in eine Taylor-Reihe an der Stelle  $x_0 = 0$ .

### Aufgabe 10 (5 Punkte)

Man bestimme die relativen und absoluten Extrema der Funktion

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1, \quad x \in [-2, 2].$$