| **TESTAT** | **Mathematik für WIW, WIN** | **13. Juli 2001** |
|---|---|---|

**Vorlesung:** Prof. Dr. H.-D. Gronau
**Übungen:** E. Neidhardt, Dr. M. Grüttmüller

### Aufgabe 1 (5 Punkte)

Von der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

bestimme man die Eigenwerte und zu $\lambda = -1$ die dazugehörigen Eigenvektoren.

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Bestimmen Sie Schnittpunkt und Schnittwinkel der Geraden $g_1$ und $g_2$ im $\mathbb{R}^2$. Dabei wird $g_1$ beschrieben durch die Gleichung $3x - y = 5$ und $g_2$ geht durch die Punkte $P_1 = (0; 2)$ und $P_2 = (6; -1)$.

### Aufgabe 3 (5 Punkte)

Bestimmen Sie den Abstand der Geraden $g_1$ und $g_2$ im $\mathbb{R}^3$.

$$g_1: \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad g_2: \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 4 (5 Punkte)

Welchen Abstand besitzt der Punkt $D = (4; -3; 1)$ von der Ebene, die durch die Punkte $A = (-22; 2; 1)$, $B = (-6; 8; 2)$ und $C = (2; -3; -1)$ bestimmt ist.

### Aufgabe 5 (5 Punkte)

Man untersuche folgende Zahlenfolgen $\{a_n\}$ auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert.

(a) $a_n = \dfrac{n^2 + 3n - 2}{3n^2 + 5}$ (b) $a_n = \sqrt{n^2 + 1} - n$ (c) $a_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{3n+2}$

Bitte umblättern

**Aufgabe 6 (5 Punkte)**

Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe und untersuche das Verhalten in den Randpunkten des Konvergenzintervalls:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 x^n$$

**Aufgabe 7 (5 Punkte)**

Man berechne folgende Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2+2x}{x+3}$ (b) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2+x-2}{\ln x}$ (c) $\lim\limits_{x \to \infty} x^2 e^{-x}$

**Aufgabe 8 (5 Punkte)**

Man ermittle die Ableitungen der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = \left(\frac{x^2+7x}{(x-4)^4}\right)^9$ (b) $f(x) = x^{\cos x}$

**Aufgabe 9 (5 Punkte)**

Man entwickle die Funktion $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ in eine Taylor-Reihe an der Stelle $x_0 = 0$.

**Aufgabe 10 (5 Punkte)**

Man bestimme die relativen und absoluten Extrema der Funktion

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1, \quad x \in [-2, 2].$$

Wichtig: Bitte den Namen und die Immatrikulationsnummer auf jedes Blatt schreiben.