

### Aufgabe 13.1

Untersuchen Sie folgende Vektortripel auf lineare Abhängigkeit.

$$(a) \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 13.2

Gegeben sind die folgenden zwei Gleichungssysteme. Entscheiden und begründen Sie, ob die Gleichungssysteme eindeutig lösbar, mehrdeutig lösbar oder nicht lösbar sind.

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 8 \\ -1 & 2 & 7 \\ 1 & 3 & 14 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 8 & -2 \\ -1 & 2 & 7 & 3 \\ 1 & 3 & 14 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 10 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 13.3

Schreiben Sie das folgenden Gleichungssystem in Matrixschreibweise und lösen Sie dieses.

$$\begin{aligned} w + 2x - y &= 4 \\ x - 3y + 2z &= -1 \\ 2w + 5x - 3z &= 0 \\ 4w - y + 4z &= 2 \end{aligned}$$

### Aufgabe 13.4

Lösen Sie die Gleichungssysteme in Aufgabe 13.2.

### Aufgabe 13.5

In einer Fleischwarenfabrik werden täglich 2t Rindfleisch, 4t Geflügel und 6t Schweinefleisch zu Wurst der Sorten X, Y bzw. Z verarbeitet. Die Wurstsorte X wird nach Omas Rezept zu gleichen Teilen aus Rind, Geflügel und Schwein produziert. In die Wurstsorte Y kommen Geflügel und Schwein zu gleichen Teilen. Bei gleichen Anteilen von Rind und Geflügel wird der Schweinefleischanteil im Rezept der Sorte Z variabel gehalten (Parameter  $a$ ), um schnell auf Veränderungen des Käufergeschmacks reagieren zu können.

a.) Das Management hat jetzt zu entscheiden, wieviel von jeder Sorte produziert werden soll, wenn alles Fleisch vollständig verarbeitet wird, d.h. folgendes Gleichungssystem mit dem Parameter  $a$  ist zu lösen.

$$\begin{aligned} x &+ z &= 2 \\ x + y + z &= 4 \\ x + y + az &= 6 \end{aligned}$$

b.) Für welche Werte des Parameters  $a$  besitzt das Gleichungssystem genau eine beziehungsweise keine Lösung? In welchem Intervall liefert der Parameter  $a$  ökonomisch sinnvolle Ergebnisse?