ÜBUNGSAUFGABEN — Mathematik für Wirtschaftsingenieure und -informatiker

SERIE 14 — Vorlesung: Prof. Dr. H.–D. Gronau

Termin: $\boxed{\textbf{14.4.2003}}$ — Übungen: E. Neidhardt

Aufgabe 14.1

Bestimmen Sie die inverse Matrix von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 14.2

Man berechne, falls das möglich ist, mit Hilfe der Cramerschen Regel die Lösungen der folgenden Gleichungssysteme:

$$\text{a)}\quad \begin{array}{rrrrr} 2x_1 & +4x_2 & +3x_3 & = & 1 \\ 3x_1 & -6x_2 & -2x_3 & = & -2 \\ -5x_1 & +8x_2 & +2x_3 & = & 4 \end{array}, \qquad \text{b)}\quad \begin{array}{rrrrr} x_1 & -3x_2 & +2x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & -5x_2 & +3x_3 & = & 3 \\ 3x_1 & +x_2 & -2x_3 & = & 9 \end{array}.$$

Aufgabe 14.3

Untersuchen Sie folgende Vektortripel auf lineare Abhängigkeit.

$$\textbf{(a)}\ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(b)}\ \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 14.4

Sei $U \subseteq \mathbb{R}^3$ die Menge aller Linearkombinationen (lineare Hülle) $Lin\{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3\}$ mit $\underline{a}_1 = (2,1,3)^T, \underline{a}_2 = (1,0,-2)^T, \underline{a}_3 = (3,1,1)^T$. Sind $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$ linear unabhängig? Man bestimme die $\dim U$ und gebe eine Basis an.

Aufgabe 14.5

Unter der Voraussetzung, daß es sich bei $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ um linear unabhängige Vektoren handelt, untersuche man die folgenden Vektortripel auf lineare Unabhängigkeit:

a) $\underline{a} + 2\underline{b},\ \underline{b} - \underline{a},\ \underline{c}$, b) $\underline{a} - \underline{b},\ \underline{a} - \underline{c},\ \underline{b} - \underline{c}$.

Im Falle der linearen Abhängigkeit des Vektortripels $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$ bestimme man Zahlen λ, μ, ν mit $(\lambda, \mu, \nu) \neq (0,0,0)$ so, daß $\lambda\underline{u} + \mu\underline{v} + \nu\underline{w} = \underline{0}$ gilt.

Alle Serien sind im WWW erhältlich unter:
`http://www.math.uni-rostock.de/~mgruttm/wiw_win.html`