

**Aufgabe 15.1**

Welche Dimension hat der Vektorraum  $\text{Lin}(\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4)$  über  $\mathbb{C}$  mit  $\underline{a}_1 = (1, 1, 0, 1)^T$ ,  $\underline{a}_2 = (2i - 1, 2i, -i, 2i)^T$ ,  $\underline{a}_3 = (-i, 0, 0, 1 + i)^T$ ,  $\underline{a}_4 = (-i, 0, 1, 0)^T$ .

**Aufgabe 15.2**

Man zeige, daß  $U$  ein Unterraum des  $\mathbb{R}^3$  ist und gebe eine maximale Anzahl linear unabhängiger Vektoren aus  $U$  an.

a)  $U = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - 2z = 0\}$ ,

b)  $U = \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{array}{l} 2x + 3y - 2z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{array} \right\}$ .

**Aufgabe 15.3**

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrizen:

(a)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ ,      (b)  $\begin{pmatrix} -1 & 6 & -2 \\ -3 & 10 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

**Aufgabe 15.4**

Für die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$  ermittle man ein maximales System linear unabhängiger normierter EV. Man stelle den Vektor  $\underline{a} = (1, 2, 3)^T$  als Linearkombination der Eigenvektoren dar.