

Aufgabe 18.1

Geben Sie eine parameterfreie Darstellung der Geraden g_1 (g_1 geht durch die Punkte $P_1(-1; 4; 5)$ und $P_2(1; 4; 6)$) und eine Parameterdarstellung der Geraden g_2 ($g_2 : \frac{x-3}{2} = y = \frac{z+2}{3}$) an.

Untersuchen Sie die Lagebeziehung beider Geraden und bestimmen Sie den Schnittpunkt (falls vorhanden) bzw. den Abstand der Geraden.

Aufgabe 18.2

Geben Sie eine Parameterdarstellung und eine parameterfreie Darstellung (allgemeine Form) der Ebene E an.

a.) E enthält die Punkte $P_1(1; 0; 1)$, $P_2(1; 4; 0)$ und $P_3(-2; 1; -1)$.

b.) E enthält $P(2; -2; 1)$ und ist orthogonal zur Geraden $g : (x; y; z)^T = (-1; 4; 1)^T + t(3; -5; 4)^T$.

c.) E enthält $P(4; -6; -2)$ und ist parallel zur Ebene $3x - y + 2z - 1 = 0$.

Aufgabe 18.3

Ermitteln Sie die Gleichung des Lotes von $P(2; 3; 1)$ auf die Ebene $E : x + 2y - z - 1 = 0$ sowie den Fußpunkt dieses Lotes. Geben Sie die Gleichung einer Geraden an, die durch F geht und in E verläuft.

Aufgabe 18.4

Gegeben sind die Ebenen $E_1 : (x; y; z)^T = (0; 1; 4)^T + s(1; 4; 2)^T + t(1; -2; -2)^T$ und $E_2 : x + y + z - 1 = 0$. Berechnen Sie den Normaleneinheitsvektor von E_1 und geben Sie die Hessesche Normalform von E_1 an. Welchen Abstand hat der Punkt $Q(-2; -2; 3)$ von der Ebene E_1 ? In welchem Punkt durchstößt die Gerade, die durch die Punkte $A(4; 2; 0)$ und $B(2; 1; 1)$ bestimmt ist, die Ebene E_1 .

Berechnen Sie den Schnittwinkel beider Ebenen.

Aufgabe 18.5

Gegeben sind die Gleichungen von drei Ebenen: $E_1 : x - \frac{1}{4}y - 2z + 1 = 0$, $E_2 : 4x + \lambda y - 6z - \mu = 0$ und $E_3 : 2x - \frac{5}{2}y - 5z - \lambda = 0$. Nutzen Sie MAPLE für die folgenden Rechnungen.

a.) Für $\lambda = 4$ und $\mu = -14$ schneiden sich die Ebenen in genau einem Punkt. Berechnen Sie diesen Schnittpunkt.

b.) Für welche $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ gibt es keinen gemeinsamen Punkt der drei Ebenen? Für welche λ, μ schneiden sich die drei Ebenen in einer Schnittgeraden?

c.) Berechnen Sie mit den unter b.) gefundenen Werten für λ und μ die Gleichung der Schnittgeraden.