

**Aufgabe 19.1**

Entscheiden Sie jeweils für die Folgen, ob sie konvergieren und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert.

(a)  $a_n = \frac{n}{n+1}$

(b)  $a_n = \frac{-n}{n+1}$

(c)  $a_n = \frac{2n^2 - n + 1}{n^2 + 1}$

(d)  $a_n = \frac{2 - n^3}{10n^2 + n}$

(e)  $a_n = \frac{n^3 + \sqrt{n}}{n^2(n^2 - 1)}$

**Aufgabe 19.2**

Entscheiden Sie jeweils für die Folgen, ob sie konvergieren und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert.

(a)  $a_n = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

(b)  $a_n = (-1)^n + \frac{1}{2^n}$

(c)  $a_n = (-1)^n(2n + 1)$

(d)  $a_n = \frac{(-1)^n n}{n + 1}$

(e)  $a_n = \frac{2 + (-1)^n + 4n}{n}$

(f)  $a_n = \frac{(-1)^n(n + \sqrt{n})}{n}$

**Aufgabe 19.3**

Entscheiden Sie jeweils für die Folgen, ob sie konvergieren und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert.

(a)  $a_n = 2^{-n} \cos(n\pi)$

(b)  $a_n = \frac{8 \cos \frac{n\pi}{2}}{n + 4}$

(c)  $a_n = \frac{2n \sin \frac{n\pi}{2}}{n + 1}$

(d)  $a_n = \frac{\sin n + \cos n}{\sqrt{n}}$

(e)  $a_n = \frac{\sin^2 n}{n^{-2} + n^{-1}}$

**Aufgabe 19.4**

Man untersuche die angegebenen Zahlenfolgen auf Konvergenz, bestimmte Divergenz und unbestimmte Divergenz. Falls möglich, so gebe man  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  oder die Häufungspunkte an.

(a)  $a_n = 3^{-n} \cdot (2^n + (-2)^n)$

(b)  $a_n = 2^{-n} \cdot (2^n + (-2)^n)$

(c)  $a_n = \frac{n^3 + 4n^2 - 2n}{n^2 - 2n + 4}$

(d)  $a_n = \left[2 \sin^2 \left(\frac{n^{100}}{n+1}\right) + \cos^2 \left(\frac{n^{100}}{n+1}\right)\right]^{1/n}$

**Aufgabe 19.5**

Bestimmen Sie die Grenzwerte der angegebenen Zahlenfolgen.

(a)  $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(b)  $a_n = \left(1 - \frac{5}{n}\right)^n$

(c)  $a_n = \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n$

(d)  $a_n = \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$