

### Aufgabe 2.1

Seien die beiden Wahrheitsfunktionen  $x|y$  (SHEFFER-Funktion) sowie  $x \downarrow y$  (PEIRCE-Funktion) durch folgende Wahrheitstafel gegeben:

$x$	$y$	$x y$	$x \downarrow y$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0

Man zeige, dass man die klassischen Wahrheitsfunktionen  $\bar{x}$ ,  $x \vee y$ ,  $x \wedge y$  (und damit alle Wahrheitsfunktionen) allein durch

- a.) die SHEFFER-Funktion      b.) die PEIRCE-Funktion angeben kann.

### Aufgabe 2.2

Beweisen Sie die folgende Formel per Induktion über alle natürlichen Zahlen  $k$ .

$$\sum_{i=0}^k \binom{a+i}{i} = \binom{a+k+1}{k}$$

### Aufgabe 2.3

Für welche natürlichen Zahlen  $n$  gilt die Ungleichung  $3^n > n^3$ ? Beweisen Sie Ihre Antwort!

### Aufgabe 2.4

Es werde die Grundmenge  $M = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$  und ihre Teilmengen  $A = \{1, 3, 5, \dots, 15\}$ ,  $B = \{6, 8, 10, 12\}$  und  $C = \{2, 3, 5, 12, 13\}$  betrachtet. Man bestimme:

- a.)  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $\bar{C} \cap B$ ,  $\bar{B} \cap C$ ;  
 b.)  $M \setminus B$ ,  $C \setminus A$ ,  $(M \setminus \bar{C}) \cap C$ ,  $B \setminus \overline{(A \cup C)}$ .

### Aufgabe 2.5

Man beweise die folgenden Rechengesetze für das kartesische Produkt.

- (a)  $(M_1 \cap M_2) \times N = (M_1 \times N) \cap (M_2 \times N)$   
 (b)  $(M_1 \times N \subseteq M_2 \times N) \wedge (N \neq \emptyset) \implies M_1 \subseteq M_2$