

Aufgabe 20.1

Man berechne:

$$\text{a) } \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{2^k} \quad \text{b) } \sum_{k=5}^{\infty} 25^{-2k+3} \quad \text{c) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r^{2k}}{(1+r^2)^{k-1}} \quad \text{für } r > 0.$$

Aufgabe 20.2

Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz.

$$\text{(a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n+100)}{n^2 - 20n + 141},$$

$$\text{(b) } \sum_{n=111}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!},$$

$$\text{(c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n!)}{n^n},$$

$$\text{(d) } \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+1} - n).$$

Aufgabe 20.3

Bestimmen Sie für folgende Potenzreihen den Konvergenzradius.

$$\text{a) } \sum_{k=1}^{\infty} kx^k \quad \text{b) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3}{k!} x^k \quad \text{c) } \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^{k^2} x^k \quad \text{d) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^k} x^k$$

Aufgabe 20.4

Bestimmen Sie für folgende Potenzreihen das Konvergenzintervall einschließlich des Konvergenzverhaltens in den Randpunkten.

$$\text{a) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k(2k-1)} (x-1)^k \quad \text{b) } \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k+3} (2x+1)^k$$

Aufgabe 20.5

Benutzen Sie Ihre Kenntnisse über geometrische Reihen und prüfen Sie, für welche x die folgende Gleichung gilt. Untersuchen Sie auf Konvergenz.

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1} (x+1)^k$$