ÜBUNGSAUFGABEN	Mathematik für Wirtschaftsingenieure und -informatiker
SERIE 25	Vorlesung: Prof. Dr. H.–D. Gronau
Termin: $\boxed{\textbf{07.07.2003}}$	Übungen: E. Neidhardt

Aufgabe 25.1

Ein Punkt bewegt sich geradlinig so, dass $v^2 = 2mx$ ist. Dabei ist v die Geschwindigkeit, x der zurückgelegte Weg und m eine Konstante. Ermitteln Sie die Beschleunigung dieser Bewegung.

(Hinweis: Die Beschleunigung ergibt sich als Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit, die Geschwindigkeit ergibt sich als Ableitung des Weges nach der Zeit.)

Aufgabe 25.2

Man bestimme Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Polstellen, relative und absolute Extremwerte sowie Wendepunkte der Funktion

$$f(x) = \frac{(x+1)(x^2-4x+4)}{x^2-5x+6}.$$

Untersuchen Sie ferner Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Monotonie, Konvexität und Verhalten im Unendlichen! Skizzieren Sie den Graphen der Funktion!

(Hinweis: Zunächst faktorisiere man die auftretenden Terme!)

Aufgabe 25.3

An den Ecken einer rechtwinkligen Platte mit den Seiten a und b seien 4 gleichgroße Quadrate ausgeschnitten. Aus der verbliebenen kreuzförmigen Figur werde eine (offene) Schachtel hergestellt, deren Höhe gleich der Seitenlänge der ausgeschnittenen Quadrate ist. Man bestimme diejenige Seitenlänge der Quadrate, für welche die Schachtel das größte Volumen hat!

Aufgabe 25.4

Die MacLaurin-Reihe ($x_0 = 0$) der e-Funktion $e^x = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$ kann man nutzen, um die e-Funktion auch für komplexe Zahlen zu definieren:

$$e^{a+ib} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a+ib)^k}{k!}\ .$$

Beweisen Sie, dass die (bereits bei der Einführung der komplexen Zahlen ohne Beweis benutzte) Eulersche Formel

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$$

für alle rellen Zahlen α gültig ist.

(Hinweis: Nutzen Sie die Identität $i^2 = -1$. Stellen Sie auch cos und sin als MacLaurin-Reihe dar.)

Alle Serien sind im WWW erhältlich unter:
`http://www.math.uni-rostock.de/~mgruttm/wiw_win.html`