

### Aufgabe 29.1

Von der Funktion  $z = f(x, y)$  sind die Niveaulinien zu bestimmen. Von der in der  $x, y$ -Ebene skizzierten zugehörigen Karte der Flächen schließe man auf die Gestalt der durch  $f$  bestimmten Fläche  $F$  im  $R^3$ .

a)  $z = x - 6$ ,    b)  $z = x^2 + (y + 2)^2 - 4$ .

### Aufgabe 29.2

Geben Sie die Definitions- und Wertebereiche der folgenden Funktionen an.

(a)  $f(x, y) = x + y$     (b)  $f(x, y) = \frac{4}{x+y}$     (c)  $f(x, y) = x + \sqrt{x^2 - y^2}$   
 (d)  $f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$     (e)  $f(x, y) = e^{x/2}(x + y^2)$

### Aufgabe 29.3

Folgende Funktionen sind auf Stetigkeit zu untersuchen.

(a)  $f(x, y) = \sin(xy + \sqrt{x})$   
 (b)  $f(x, y) = \ln(x^2 + \sqrt{xy})$   
 (c)  $f(x, y) = \begin{cases} x \cos(x^2 + y), & \text{wenn } x > 0 \\ x^2, & \text{wenn } x \leq 0 \end{cases}$

### Aufgabe 29.4

Um den Zusammenhang zwischen dem produzierten Output und den dafür benötigten Inputfaktoren möglichst einfach darzustellen, geht ein Unternehmen von einer Produktionsfunktion

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2} \sqrt[4]{x_1 \cdot x_2^3}$$

mit den wesentlichen Produktionsfaktoren  $x_1$  – Anzahl der Arbeitsstunden,  $x_2$  – Höhe des Kapitaleinsatzes aus.

- Welcher Definitions-, welcher Wertebereich ergibt sich sinnvollerweise ?
- Mit welcher Kombination an Produktionsfaktoren läßt sich ein Outputergebnis von 2, 3 bzw. 4 erreichen. Zeichnen Sie die erhaltenen Höhenlinien in ein  $x_1, x_2$  - Koordinatensystem ein.

### Aufgabe 29.5

Bestimmen Sie die (ersten) partiellen Ableitungen der folgenden Funktionen.

(a)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + xy + y^2}$   
 (b)  $f(x, y) = e^{x/y}$   
 (c)  $f(x, y) = \sin^2(x + y) - \sin^2 x - \sin^2 y$   
 (d)  $f(x, y) = \frac{x}{3y-2x}$