

Aufgabe 30.1

Es sind die ersten und zweiten partiellen Ableitungen der Funktionen

(a) $z = e^x \sin(x + y)$

(b) $w = xe^{-(x^2+y^2+z^2)}$

zu bestimmen.

Aufgabe 30.2

Es sei $f(x, y) = \frac{x^2}{2} + xy$ und $P_0 = (1; 2)$, $P = (1.1; 1.9)$.

- (a) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen von f bis zur Ordnung 3.
- (b) In welchen Punkten ist f differenzierbar?
- (c) Berechnen Sie in P_0 das totale Differential von f .
- (d) Berechnen Sie $f(P_0)$ und $f(P)$ sowie deren Differenz $f(P) - f(P_0)$
- (e) Berechnen Sie den Wert des totalen Differentials aus (c) für die Zuwächse $dx = 0.1$ und $dy = -0.1$.
- (f) Vergleichen Sie die Zahl aus (e) mit der Differenz aus (d).
- (g) Wie lautet die Gleichung der Tangentialebene an die Fläche $z = f(x, y)$ im Punkt $(1; 2; 2.5)$?

Aufgabe 30.3

Man bestimme das vollständige Differential der Funktionen

- (a) $z = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ für $x = 3$, $y = 4$, $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = 0.2$
- (b) $z = e^{xy}$ für $x = 1$, $y = 1$, $\Delta x = 0.15$, $\Delta y = 0.1$.

Aufgabe 30.4

Grund und Deckfläche eines Kegelstumpfes haben die Radien $R = 30$ cm und $r = 20$ cm. Die Höhe sei $h = 40$ cm. Wie ändert sich das Volumen des Kegels, wenn R um 3 mm, r um 4 mm und h um 2 mm vergrößert wird?

Aufgabe 30.5

Ermitteln Sie den Gradienten der Funktion $f(x) = x^2y + x \ln z$ an der Stelle $\underline{x}_0 = (1, 2, 1)$.