

Aufgabe 33.1

Die folgenden Doppelintegrale sind zu berechnen und der Integrationsbereich soll skizziert werden:

$$\text{a) } \int_0^1 \int_0^1 e^{x+y} dx dy, \quad \text{b) } \int_1^e \int_1^{ey} \ln\left(\frac{x}{y}\right) dx dy.$$

Aufgabe 33.2

Man skizziere den Integrationsbereich und vertausche die Integrationsreihenfolge ($f(x, y)$ sei stetig):

$$\text{a) } \int_0^4 \int_y^{10-y} f(x, y) dx dy, \quad \text{b) } \int_{-1}^2 \int_{x^2}^{x+2} f(x, y) dy dx.$$

Aufgabe 33.3

Skizzieren Sie den Bereich B und berechnen Sie das Bereichsintegral $\iint_B f(x, y) db$ für

- a) $f(x, y) = xy$ B ist in Polarkoordinaten durch $0 < a \leq r \leq b$, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ gegeben,
 b) $f(x, y) = x + y^2$ B wird begrenzt durch $x = \frac{y^2}{4}$ und $y = 2x - 12$ begrenzt wird.

Aufgabe 33.4

Bestimmen Sie das Integral $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}} y^2 dy dx$. Hinweis: Stellen Sie den Integrationsbereich graphisch dar und gehen Sie zu Polarkoordinaten über.

Aufgabe 33.5

- (a) Eine Halbkugel vom Radius R wird von einem Zylinder vom Radius $\frac{R}{2}$ so durchdrungen, dass der Kugelmittelpunkt auf dem Zylindermantel liegt. Man berechne das beiden Körpern gemeinsame Volumen.
 (b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Durchschnitts der beiden Kreise $x^2 + y^2 = 4$ und $x^2 + y^2 = 6x$.
 (c) Bestimmen Sie das Volumen des Körpers, der von den Flächen $z = 0$, $y = 1$ und $z = -x^2 + y$ begrenzt wird.