

Aufgabe 6.1

Man berechne $5^{100} \bmod 124$.

Aufgabe 6.2

Bei einer Datenübertragung werden 10 Zahlen $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ gesendet ($0 \leq x_i \leq 10$). Beim Empfänger kommen die Werte $(3, 1, 4, 1, 4, ?, 4, 1, 7, 10)$ an, der Wert von x_6 ist bei der Übertragung zerstört worden.

Rekonstruieren Sie den Wert von x_6 unter der Voraussetzung, dass für die Übertragung die Prüfgleichung

$$\sum_{i=1}^{10} i \cdot x_i \equiv 0 \pmod{11}$$

gilt.

Aufgabe 6.3

Entscheiden Sie, ob die Funktionen f_1, f_2, f_3 ($f_i : \mathbb{N} \mapsto \{x \in \mathbb{N} : x \equiv 1 \pmod{3}\}$) surjektiv, injektiv bzw. bijektiv sind.

(a) $f_1(x) = 12x + 1$

(b) $f_2(x) = 3x + 1$

(c) $f_3(x) = 3\lfloor \frac{x}{2} \rfloor + 1$.

(Hinweis: Die Funktion $\lfloor \cdot \rfloor$ ist eine Abbildung $\lfloor \cdot \rfloor : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{Z}$ und wird definiert durch $\lfloor x \rfloor = \max\{z \in \mathbb{Z} : z \leq x\}$.)

Aufgabe 6.4

Bildet die Menge der natürlichen Zahlen, die kleiner als 14 und teilerfremd zu 14 sind, eine Gruppe bezüglich der Multiplikation modulo 14?