

Vorlesung: Prof. Dr. H.-D. Gronau**Übungen:** E. Neidhardt, Dr. M. Grüttmüller**Aufgabe 1 (5 Punkte)**

Ermitteln Sie von den Mengen $A = \{0, 2, 4, 6\}$, $B = \{2, 6\}$ und $C = \{5, 6\}$:

a.) $A \cup B$ b.) $A \cap B \cap C$ c.) $A - B$ d.) $B - A$ e.) $B \times A$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Beweisen Sie die nachfolgende Gleichung.

$$\sum_{i=1}^n (4i - 1) = 2n^2 + n$$

Aufgabe 3 (5 Punkte)

In einem Jahrgang WIW/WIN sind 120 Studenten eingeschrieben. Es werden vier Übungsgruppen mit den vorgegebenen Anzahlen 40, 30, 30 und 20 gebildet. Leiten Sie die Anzahl der möglichen verschiedenen Gruppeneinteilungen her.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler von 100 und 71 mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus'. Stellen Sie $(100, 71)$ als Linearkombination von 100 und 71 dar.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Zerlegen Sie $x^3 + 2x^2 + 4$ über $\mathbb{F}_5 = GF(5)$ in Linearfaktoren.

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Lösen Sie die folgende Differenzengleichung über $\mathbb{R}$: $y_{k+2} - 4y_{k+1} + 4y_k = 0$ mit $y_0 = 1$ und $y_1 = 2$.

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Es sind zwei komplexe Zahlen $u = -1 - i$ und $w = 4 \cos(\frac{7}{4}\pi) + 4 \sin(\frac{7}{4}\pi)i$ gegeben. Berechnen Sie die komplexen Zahlen u^8 und $\frac{w}{u}$. Kennzeichnen Sie u , w , u^8 und $\frac{w}{u}$

in einem kartesischen Koordinatensystem. Wie läßt sich die Multiplikation und Division von komplexen Zahlen geometrisch interpretieren?

Aufgabe 8 (5 Punkte)

Geben Sie eine Zerlegung von $x^3 - 5x^2 + 12x - 8$ in Linearfaktoren mit Koeffizienten aus $\mathbb{C}$ an.

Aufgabe 9 (5 Punkte)

a.) Berechnen Sie (falls möglich):

$$2 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot (-1 \quad -1 \quad 2)^T$$

b.) Sind die folgenden Matrizen zueinander invers?

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 10 (5 Punkte)

Berechnen Sie die folgende Determinante.

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & -4 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$